



Identification de paramètres mécaniques de matériaux composites à partir de corrélation d'images numériques multi-échelles

Christoph David

► To cite this version:

Christoph David. Identification de paramètres mécaniques de matériaux composites à partir de corrélation d'images numériques multi-échelles. Matériaux. Ecole des Mines d'Albi-Carmaux, 2014. Français. NNT : 2014EMAC0012 . tel-01149238

HAL Id: tel-01149238

<https://theses.hal.science/tel-01149238>

Submitted on 6 May 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :

École Nationale Supérieure des Mines d'Albi-Carmaux conjointement avec l'INP Toulouse

Présentée et soutenue par :

Christoph DAVID

le vendredi 14 novembre 2014

Titre :

Identification de paramètres mécaniques de matériaux composites à partir de
corrélation d'images numériques multi-échelles

École doctorale et discipline ou spécialité :

ED MEGEP : Génie mécanique, mécanique des matériaux

Unité de recherche :

Institut Clément Ader

Directeur/trice(s) de Thèse :

Jean-Noël PÉRIÉ

Laurent ROBERT

Jury :

Évelyne TOUSSAINT, Pr., Université Blaise Pascal Clermont-Ferrand, Présidente

Michel CORET, Pr., École centrale de Nantes, Rapporteur

Eric FLORENTIN, Pr., INSA Centre-Val de Loire, Rapporteur

Jean-Charles PASSIEUX, Maître de conférence, INSA Toulouse, Examineur

Jean-Noël PÉRIÉ, Maître de conférence HDR, IUT Toulouse, Directeur

Laurent ROBERT, Maître assistant HDR, Ecole des Mines d'Albi-Carmaux, Co-directeur

Remerciements

Ces travaux de recherche ont été réalisés à l'Institut Clément Ader (ICA). En tant que doctorant de l'École des Mines d'Albi-Carmaux, mon lieu principal de travail était à l'ICA de l'INSA de Toulouse puis, depuis son ouverture, à l'ICA à l'Espace Clément Ader, également à Toulouse.

Tout d'abord, je remercie l'École des Mines d'Albi pour le financement de ces recherches.

Je remercie mon directeur de thèse, Jean-Noël PÉRIÉ, pour la confiance qu'il m'a accordée en acceptant d'encadrer ce travail doctoral, pour son implication et son support particulièrement en début de thèse et enfin pour le partage de son expérience. Je remercie mon co-directeur de thèse, Laurent ROBERT, pour m'avoir fait bénéficier de son expérience, pour le temps qu'il m'a consacré chaque fois que j'en ai exprimé le besoin ainsi que pour son soutien. Je souhaite enfin particulièrement exprimer mes remerciements à mon encadrant Jean-Charles PASSIEUX, pour ses qualités humaines et scientifiques, sa grande disponibilité et son enthousiasme envers ces travaux de thèse. A tous les trois, merci beaucoup de m'avoir accueilli à l'ICA, de m'avoir introduit à la recherche et d'avoir dirigé mes travaux avec tant de compétence et de patience. Vous m'avez beaucoup appris et j'en suis très reconnaissant.

Je remercie également les membres de mon jury de thèse Evelyne TOUSSAINT, Michel CORET et Eric FLORENTIN d'avoir accepté d'évaluer mes travaux de thèses.

Je tiens à remercier Etienne COPIN et son directeur de thèse Yannick LE MAOULT, Didier ADÉ et Vanessa VIDAL pour m'avoir soutenu pendant les périodes expérimentales et d'enseignement à Albi.

A toute l'équipe de l'ICA, merci d'avoir rendu ce temps de thèse si agréable. Je pense en particulier à Nico, Patrick, Owais, Vlassis, Amine, Hiba, Robert, Feriel, Tofic, François, David, Luis, César, Manuel, Sonia, Jie, Fu Jian, Aura, Hacene, Simon, Tarek, Florian, Emanuel, Feras, Joe, Thomas, Ahmed, Jérôme, Victor, Jean-Emmanuel, Mickaël, etc. Merci aussi pour les sorties resto, bière, snow, surf et pour ces soirées de musique inoubliables : 🎵 when the night... 🎵

A mes colocos, à mes amis et ma famille côté allemand et côté français et à Anaïs : Merci pour vos énergies positives, de m'avoir accompagné, encouragé, supporté et soutenu pendant ces années de thèse.

Table des matières

1	Corrélation d'images numériques	11
1	Différentes techniques de mesure de champ cinématique	13
1.1	Techniques interférométriques	14
1.2	Techniques non interférométriques	19
1.3	Bilan	22
2	La corrélation d'images numériques (CIN)	23
2.1	Un peu d'histoire	24
2.2	Un formalisme unifié : la CIN globale	26
2.3	Une formulation par éléments finis : la CIN-EF	28
2.4	L'influence du bruit d'image	29
2.5	Les incertitudes de mesure	30
3	Illustration de la CIN dans un cas unidimensionnel	32
3.1	Implantation	32
3.2	Illustration dans un cas 1D	34
3.3	Un mouchetis à deux échelles	41
4	Conclusion	43
2	Identification de paramètres constitutifs à partir de corrélation d'images	45
1	Méthodes d'identification à partir de mesure de champs	46
1.1	Méthodes sans recalage	46
1.2	Méthodes avec recalage	46
2	Le recalage de modèle éléments finis	47
2.1	Principe, application et limites	47
2.2	FEMU classique	49
2.3	FEMU-R : une approche régularisée	50
2.4	MIC : Mechanical Image Correlation	51
2.5	IMIC : Integrated Mechanical Image Correlation	52
2.6	I-MIC modifié : Integrated Mechanical Image Correlation	53
2.7	Conclusion sur les méthodes	54
3	Les incertitudes d'identification	54
3.1	Le bruit d'image	54
3.2	La fonction coût - amplification d'erreur par dérivation	56
3.3	La discrétisation de la mesure de champ cinématique - erreur de projection	56
3.4	Le maillage	57
3.5	Les conditions aux limites	58
3.6	La forme de la structure	59
4	Bilan	62
3	Corrélation d'images et identification multi-échelles	63
1	Images synthétiques mécaniques multi-échelles	66
1.1	Synthèse d'images mécaniques multi-échelles	66
1.2	Analyse séparée d'images de multi-résolution	67
2	Mesure de champs multi-échelles	70
2.1	Le recalage par fonction analytique de 4 modes	72
2.2	Le recalage par homographie	72

2.3	Initialisation du recalage d'images	76
3	Identification multi-échelles	77
3.1	Recalage par éléments finis à partir de la mesure de champ multi-échelles	77
3.2	Analyse <i>a priori</i> de la robustesse de l'identification	78
4	Conclusion	79
4	Application à un essai de traction sur plaque trouée	81
1	Le matériau étudié	82
2	Essai de traction sur plaque trouée	83
2.1	Choix de la zone d'intérêt du champ proche	84
2.2	Analyse de sensibilité	85
2.3	Simulation de l'essai	85
3	La mesure de champ	86
3.1	Le rapport signal/bruit	86
3.2	Analyse des erreurs de mesure	87
3.3	Sensibilité par rapport au bruit de l'image	88
4	Identification à partir de mesure de champ	89
4.1	Mise en œuvre de la méthode	89
4.2	Mono-échelle - Utilisation du champ lointain	90
4.3	Multi-échelles - Utilisation des champs proche et lointain	90
4.4	Analyse des cartes de résidu	93
5	Bilan	95
5	Mouchetis adapté à la CIN multi-échelles	97
1	Mouchetis multi-échelles	98
1.1	Réalisations et caractéristiques d'un mouchetis	99
1.2	Les couleurs fluorescentes	100
1.3	Les filtres optiques	101
1.4	Problématique de superposition de deux mouchetis	101
1.5	Méthodes expérimentales de réalisation d'un mouchetis fluorescent	102
2	Étude expérimentale	105
2.1	Distinction par l'éclairage	105
2.2	Distinction par le filtrage	109
2.3	L'hydrographie	112
3	Conclusion	120
	Conclusions et Perspectives	122
	Bibliographie	127
	Résumé	140

Introduction générale

Grâce à leur rigidité et leur résistance spécifique, les matériaux composites sont de plus en plus utilisés dans les structures primaires aéronautiques [Marsh, 2004]. Parmi les matériaux retenus on trouve les matériaux stratifiés. Pour ce type de matériaux, en vue d'une meilleure prévision de leur comportement, de nombreux modèles écrits à l'échelle mésoscopique ont été proposés par le passé [Soden et al., 1998]. De manière générale, ces modèles font intervenir un grand nombre de paramètres constitutifs. Pour décrire le comportement élastique, dans l'hypothèse où chaque pli est orthotrope, 9 paramètres peuvent être introduits [Gay, 2002]. De fait, jusqu'à présent, l'identification des paramètres constitutifs conduit classiquement à la réalisation de nombreux essais normalisés [AST, 1994]. Plus de 150 normes (dont certaines datent de plus de 30 ans) décrivent des essais d'identification *conventionnels* pour des matériaux composites à matrice polymère renforcés par des fibres longues [Thomas, 2014]. Il s'agit souvent d'essais dits (abusivement ?) élémentaires : par exemple des essais de traction, compression ou de flexion sur des éprouvettes adaptées en termes de géométrie et de séquence d'empilement. Avec des éprouvettes de traction (pour lesquelles on dispose d'un modèle analytique), l'instrumentation se réduit en général à quelques jauges (typiquement une longitudinale L, une transversale T) placées à des endroits appropriés sur l'éprouvette. On peut ainsi simplement mesurer des déformations locales qui, moyennant la connaissance de la force appliquée, c'est-à-dire de la contrainte moyenne, permettent d'accéder à un module de Young E_L et à un coefficient de Poisson ν_{LT} . Pour résumer, l'obtention des paramètres constitutifs d'un modèle du pli conduit généralement à une grande quantité d'essais [Def, 1997] peu instrumentés, mais instrumentés au moyen d'outils extensométriques réputés fiables.

La prévision du comportement des structures stratifiées jusqu'à rupture reste toutefois un défi [Soden et al., 1998; Hinton et al., 2004]. Les modèles proposés ne sont, par exemple, pas encore capables de représenter entièrement la tenue résiduelle de structures en présence d'entailles (cf. ANR VERTEX) ou d'impacts. Une partie de l'explication vient de la multi structuration (voir figure 1) de ces matériaux et des incertitudes associées à la modélisation de ces matériaux aux différentes échelles [Noor et al., 2001]. Dans le domaine aéronautique, le besoin de qualification et de certification conduit de fait à une démarche conservatrice basée sur la pyramide des essais (voir figure 2) [Def, 1997]. Concrètement les résultats des simulations numériques sont confrontés aux essais pour valider (parfois recaler) les modèles, et ce à des échelles croissantes jusqu'à atteindre l'échelle de l'avion. Même si le nombre des essais diminue au fur et à mesure de l'augmentation de la taille des éléments testés, le coût d'une telle approche est aujourd'hui un frein au développement d'une nouvelle machine.

Dans ce contexte, l'industrie aéronautique renforce ses efforts pour réaliser du *virtual testing*. L'idée est de prévoir le mieux possible le comportement d'un matériau ou d'une structure (dans un grand nombre de situations, et en prenant en compte certaines incertitudes) à partir de simulations numériques afin de réduire les coûts expérimentaux. Cette approche pose le problème sur les questions de la modélisation multiphysique des matériaux, du calcul intensif et de la propagation des incertitudes. Si les simulations numériques fournissent un grand nombre d'informations, on notera que les mesures expérimentales se limitent bien souvent à des mesures de résultante et à des mesures ponctuelles de déformation ou de déplacement. L'usage des moyens de mesure de champs reste à ce jour assez qualitatif, sauf pour la photoélasticimétrie [Patterson, 2002]. L'une des raisons principales est probablement la complexité du dialogue entre les simulations et les résultats expérimentaux. Un autre obstacle à la diffusion de ces techniques est la question de la maîtrise des incertitudes de mesures, en particulier lorsque les grandeurs dignes d'intérêt sont des déformations, et l'absence de norme les concernant.

Le développement des caméras CCD (charge-coupled device) et du traitement d'image avec des ordinateurs puissants et abordables a pourtant conduit à un développement considérable des mesures de champs sans contact dans le domaine de la mécanique expérimentale (e.g., corrélation d'images numériques, in-

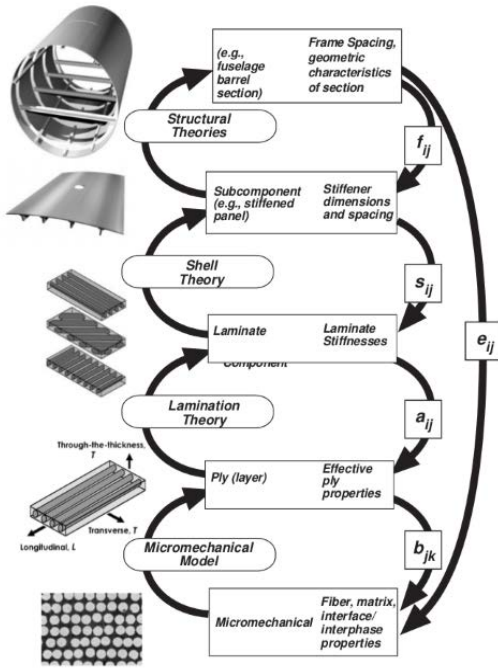


FIGURE 1 – Propagation des incertitudes de modélisation dans des structures composites [Noor et al., 2001].

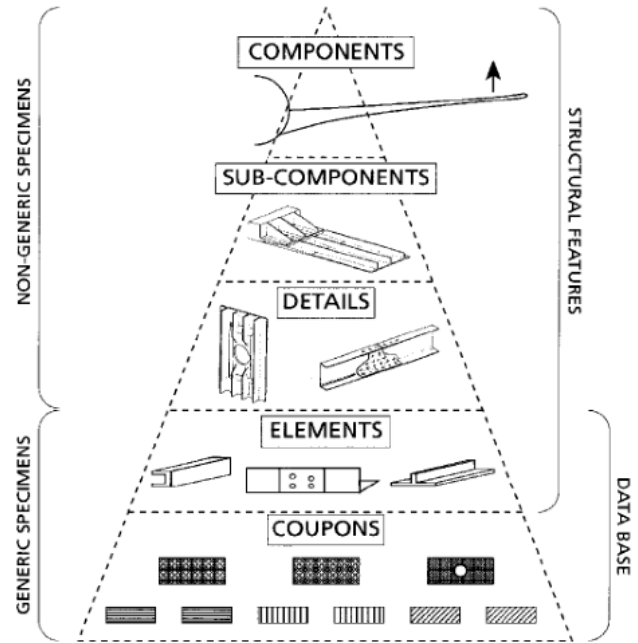


FIGURE 2 – La pyramide des essais [Def, 1997].

terférométrie de Moiré ou speckle, méthode des grilles, etc.) [Rastogi, 2000a]. L'exploitation des mesures de champs cinématiques, comme le déplacement ou la déformation, pour l'identification des paramètres constitutifs est même devenue un domaine très actif dans les laboratoires [Grédiac and Hild, 2011]. La richesse des informations délivrées par les techniques de mesures de champs ouvrent de nouvelles perspectives, en particulier dans le domaine de la mécanique des composites [Grédiac, 2004]. Grédiac [2004] propose une classification des applications potentielles suivant le lien croissant mis en place avec les simulations : 1. Inspection et contrôle non-destructif 2. Vérification des conditions limites 3. Mise en évidence de gradients locaux dans des matériaux hétérogènes 4. Caractérisation des fissures 5. Vérification des hypothèses de départ des modèles théoriques et numériques 6. Validation des modèles 7. Identification des paramètres constitutifs.

Depuis quelques décennies, un grand nombre de travaux proposent en effet de s'appuyer sur des mesures de champs cinématiques [Avril et al., 2008a] pour identifier les paramètres constitutifs de modèles. La grande quantité de mesures obtenue doit permettre, en utilisant des géométries hétérogènes, d'identifier plusieurs paramètres du matériau avec un seul essai (traction, compression, cisaillement ou flexion). À partir du champ de déplacement et du chargement appliqué mesurés, il est aujourd'hui parfaitement envisageable d'identifier les paramètres constitutifs par une méthode inverse. Toutefois, ce type d'approche pose clairement la question de la propagation des incertitudes de mesure (qui ont une importance particulière, s'agissant de matériaux rigides), et, comme indiqué précédemment, impose un lien très fort entre simulation et expérience. Répondre au mieux à cette question permettra certainement de crédibiliser l'usage de ce genre de technique de mesure pour la (remise en cause ?) validation de modèles.

Cette thèse s'inscrit dans une démarche d'identification des paramètres constitutifs de matériaux composites en se basant sur deux outils très répandus : la mesure de champs de déplacement par corrélation d'images numériques (CIN) [Sutton et al., 2009] et le recalage des modèles éléments finis (FEMU) [Kavanagh and Clough, 1971; Avril et al., 2008a]. Les matériaux composites étant rigides, une attention particulière doit être accordée aux incertitudes. Les incertitudes sur les paramètres identifiés dépendent des incertitudes

de mesure [Bornert et al., 2009], des incertitudes de modélisation (discrétisation [Ladeveze and Leguillon, 1983; Zienkiewicz and Zhu, 1987; Babuvska and Rheinboldt, 1978], conditions aux limites [Réthoré, 2010]) et de leur propagation dans le processus d'identification inverse [Réthoré et al., 2010b].

En effet, parmi les méthodes de mesure de champs, la corrélation d'images numériques est aujourd'hui la méthode qui connaît sans doute le plus fort développement. Cette méthode consiste à mesurer un champ de déplacement par analyse comparative de deux images numériques prises avant et après sollicitation de l'objet imagé. Ce qui en fait une méthode si populaire tient dans sa grande simplicité d'utilisation (montage optique simple) et dans son caractère générique (tout type d'image, 2D/3D...). Elle requiert néanmoins la présence d'une texture (supposée attachée à l'objet) dont les caractéristiques (taille caractéristiques des taches, distribution des niveaux de gris) doivent être adaptées à la résolution spatiale souhaitée. Les incertitudes de mesure dépendent de cette texture, mais également du bruit du capteur, de la résolution des images... etc. De plus, étant initialement développée sur des outils de vision, la mesure classique par CIN fournit un champ de déplacement décrit aux pixels, qui n'a pas nécessairement d'équivalent au niveau de la modélisation. Ceci nécessite des phases de projection qui ne font qu'ajouter des incertitudes supplémentaires lors d'un dialogue essai-calcul. Comme dit plus haut, ces incertitudes se propagent dans l'identification. Ainsi pour obtenir des faibles incertitudes sur les paramètres identifiés, les efforts doivent être fournis sur la méthode de mesure, sur la méthode d'identification (la définition de la fonction coût) et également sur la précision du modèle. Cette question des incertitudes est particulièrement importante lorsque l'on travaille avec des matériaux rigides.

Pour réduire les incertitudes de mesure, une idée pourrait consister à améliorer la résolution des images. Cependant malgré l'augmentation de la taille des capteurs photographiques la définition des images numériques reste bornée. Augmenter la résolution des images (plus de pixel/mm) conduit à réduire également la taille de la région imagée. **Dans cette thèse nous proposons une stratégie capable de tirer parti d'images à différentes échelles pour l'identification, à partir de corrélation d'images numériques, des paramètres constitutifs de matériaux composites.**

Le document s'organise de la manière suivante.

Dans le **chapitre 1** intitulé « **Corrélation d'images numériques** » différentes méthodes de mesures de champs cinématiques sont brièvement présentées. On se focalise ensuite sur la corrélation d'images numériques et en particulier sur sa déclinaison éléments finis (CIN-EF). Le principe et les résultats classiques d'incertitudes de cette méthode sont enfin illustrés sur un problème unidimensionnel.

Le **chapitre 2**, intitulé « **Identification de paramètres constitutifs à partir de corrélation d'images** », s'intéresse aux *méthodes d'identification*. Une revue non-exhaustive des méthodes existantes est proposée. La *FEMU* (Finite Element Model Updating) et ses variantes dites *intégrées* sont d'avantage détaillées. Une attention particulière est accordée à l'effet des incertitudes de mesures, des conditions aux limites, de la discrétisation sur l'incertitude des paramètres identifiés.

Dans les deux chapitres suivants, une méthode d'identification multi-échelles est présentée, simulée et ensuite appliquée à un essai.

Chapitre 3 : « **Corrélation d'images et identification multi-échelles** » décrit l'*approche multi-échelles* proposée. Une méthode de CIN dédiée est également proposée pour estimer avec précision la transformation entre les échelles. La technique de mesure multi-échelles et la stratégie d'identification qui en découle sont alors illustrées avec des images synthétiques.

Le **chapitre 4** intitulé « **Application à un essai de traction sur plaque trouée** » présente une application de la méthode multi-échelles à un essai réel. Un essai de traction est réalisé sur une plaque trouée en *composite stratifié verre/époxy* pour chercher à identifier ses *quatre paramètres élastiques* en membrane.

La qualité de la mesure de champs cinématique à partir de la CIN dépend principalement non seulement de l'échelle d'observation ou de la définition du capteur mais aussi du mouchetis. Un dernier chapitre se pose donc la question comment adapter le mouchetis à notre approche multi-échelles.

Le **Chapitre 5** s'intitule « **Mouchetis adapté à la CIN multi-échelles** ». Comme expliqué plus haut, si l'on souhaite pousser plus loin le ratio entre les échelles, la question du mouchetis devient fondamentale. Différentes pistes sont proposées dans ce dernier chapitre pour permettre de superposer différents mouchetis en ayant la possibilité d'"activer" l'un sans voir l'autre.

Corrélation d'images numériques

Sommaire

1	Différentes techniques de mesure de champ cinématique	13
1.1	Techniques interférométriques	14
1.1.1	Techniques basées sur la diffusion	15
1.1.2	Techniques basées sur la diffraction	17
1.2	Techniques non interférométriques	19
1.2.1	Encodage périodique	19
1.2.2	Encodage aléatoire	21
1.3	Bilan	22
2	La corrélation d'images numériques (CIN)	23
2.1	Un peu d'histoire	24
2.2	Un formalisme unifié : la CIN globale	26
2.3	Une formulation par éléments finis : la CIN-EF	28
2.4	L'influence du bruit d'image	29
2.5	Les incertitudes de mesure	30
2.5.1	L'erreur de modèle	31
2.5.2	L'erreur ultime	31
2.5.3	L'erreur totale	31
3	Illustration de la CIN dans un cas unidimensionnel	32
3.1	Implantation	32
3.2	Illustration dans un cas 1D	34
3.2.1	Présentation de l'algorithme	34
3.2.2	Mise en œuvre à partir de données synthétiques	35
3.2.3	L'incertitude de mesure	35
3.3	Un mouchetis à deux échelles	41
4	Conclusion	43

La richesse des informations délivrées par les techniques de mesures de champs ouvrent de nouvelles perspectives dans le domaine de la caractérisation des matériaux et de l'identification de paramètres constitutifs. Les techniques de mesure de champ comportent en effet plusieurs avantages :

- Elles permettent l'exploitation d'essais inhomogènes. Les essais élémentaires ne sont en effet pas toujours possibles ou représentatifs. On pense par exemple à certains processus de mise en forme (e.g., l'emboutissage, l'extrusion, le forgeage, etc.) ou à la caractérisation d'assemblage (e.g., collage) qui conduisent à des états de contraintes très complexes et des trajets de chargements non proportionnels. En réalisant des mesures de champs lors d'essais non conventionnels (géométries ou chargement complexes), on peut espérer réduire le nombre d'essais à réaliser pour identifier les paramètres constitutifs de lois de comportement ad hoc [Haddadi and Belhabib, 2008; Meuwissen, 1998; Lévêque et al., 2007; Robert et al., 2011; Shen and Paulino, 2011; Pottier et al., 2012; Réthoré et al., 2013].
- Les mesures par jauges ne sont pas utilisables sur des matériaux de faible rigidité (e.g., le caoutchouc [Promma et al., 2009]) ou à des températures élevées (typiquement au-delà de 350°C) [Orteu et al., 2008]. Une jauge fournit en outre des mesures « [...] ponctuelles, unidirectionnelles et la qualité de la mesure est fortement tributaire de la liaison du capteur avec l'objet étudié (des efforts parasites peuvent perturber la mesure) » [Garcia, 2001].
- Certaines méthodes permettent des mesures cinématiques au cœur des matériaux et *in situ* [Bay et al., 1999] [Germaneau et al., 2010]. Ceci ouvre des portes pour la caractérisation des structures ou des matériaux complexes, structurés, non homogènes, et en particulier à ceux présentant un comportement anisotrope [Lecomte-Grosbras et al., 2014].

On trouvera une revue détaillée de ces techniques, de leur potentiel et limites dans [Grédiac and Hild, 2011] (les éléments bibliographiques exposés par la suite en sont largement inspirés). Parmi les méthodes les plus célèbres, on trouve la photoélasticimétrie. Il s'agit en effet d'une des rares techniques de mesure de champ enseignées, encore de nos jours, au cours de la formation des techniciens et des ingénieurs. Cette technique a longtemps été l'une des seules utilisées industriellement [Kobayashi, 1987]. Elle donne en pratique accès à un champ de déformation, qui, moyennant une hypothèse sur le comportement du matériau (élasticité linéaire), permet de décrire le champ de contrainte. La méthode nécessite toutefois le recours à des matériaux biréfringents (construction d'une maquette, ou dépôt d'un film sur la pièce à étudier) et à des traitements relativement complexes (on exploite des franges lumineuses). Bien que l'avènement de moyens de traitement informatique et l'utilisation de polariscopes sophistiqués ait rendu plus simple l'obtention des champs [Patterson, 2002], la technique perd du terrain. Une explication probable est le fait qu'elle ne fournit aucune information sur le champ de déplacement, information par exemple cruciale pour la validation (construction ?) de conditions aux limites au niveau de la simulation.

D'autres méthodes occupent aujourd'hui le devant de la scène universitaire [Grédiac and Hild, 2011]. Ces dernières peinent pourtant à s'imposer au niveau industriel, et elles sont souvent réputées moins performantes que les méthodes extensométriques traditionnelles (typiquement les jauges électriques). Pour certaines méthodes, la complexité de mise en œuvre et/ou leurs limites d'usage [Ramault et al., 2011] freinent certainement leur déploiement en dehors des laboratoires. De plus, elles souffrent certainement d'un manque de guides de bonne conduite, voire de normalisation (cf. le groupement de recherche GDR2519¹, pour la CIN et les méthodes de grilles, et le DIC Challenge pour la CIN). Mais une bonne partie de l'explication vient certainement du fait que ces méthodes conduisent, sauf cas particulier (e.g., déflectométrie), à un champ de déplacement et non à un champ de déformations. La déformation, probablement

1. Le GDR 2519 *Mesure de champs et identification en mécanique des solides* œuvre depuis 2003. Ce GDR est dédié à la mise en œuvre de ces systèmes de mesure de champs et à leur impact sur la mécanique expérimentale des solides et des structures. Les objectifs principaux sont : → le développement et la maîtrise des techniques de mesure de champs → l'observation des champs de mesures pour valider ou construire essais mécaniques et modèles de comportement → l'utilisation des champs de mesures pour identifier des paramètres pilotant des lois de comportement. Le GDR est reparti en plusieurs groupes de travail (GT). Le GT *Métrologie*, par exemple, a comme but de comprendre et proposer des méthodes pratiques pour évaluer les incertitudes de mesure [Bornert et al., 2009; Amiot et al., 2013]. www.gdr2519.cnrs.fr

du fait de son rôle particulier dans les lois de comportement, est souvent considérée comme la bonne grandeur de comparaison essai/calcul. Elle est d'ailleurs à ce jour assez utilisée dans la construction de nombreuses fonctionnelles indiquant la distance essai/calcul et utilisées pour l'identification (e.g., [Grédiac, 1989] [Lecompte et al., 2007]). Une dérivation (numérique) du champ de déplacement est donc bien souvent opérée pour obtenir un champ de déformation : cette dernière conduit inévitablement à un champ de déformation fort bruité [Geers, 1996] [Avril et al., 2008b] [Grédiac and Hild, 2011] difficile à comparer avec un champ de déformation simulé. D'une manière plus large, la question des incertitudes de mesure est incontournable si l'on souhaite identifier des propriétés mécaniques à partir de mesures de champs : les incertitudes de mesures vont se propager. La tentation de filtrer les champs cinématiques est donc forte. Mais un tel traitement risque d'une part de gommer des informations (perte d'information et réduction de la résolution spatiale²), et, d'autre part, elle ne garantit pas pour autant une bonne identification [Ben Azzouna et al., 2013].

On notera de fait qu'une littérature abondante concerne l'identification de paramètres constitutifs relatifs au comportement plastique des métaux. Les grandes transformations que voit la matière dans ce cas permettent de bénéficier de mesures présentant un bon rapport signal sur bruit [Haddadi and Belhabib, 2008; Meuwissen, 1998; Lévêque et al., 2007; Robert et al., 2011; Shen and Paulino, 2011; Pottier et al., 2012; Réthoré et al., 2013]. Paradoxalement, l'identification des paramètres élastiques pose encore aujourd'hui de nombreuses difficultés [Ben Azzouna et al., 2013]. Cela est particulièrement criant pour les matériaux composites structuraux. Pour ces matériaux, les déformations sont petites, alors que les flèches peuvent être importantes (grands déplacements de la région d'étude). En pratique, les mesures sont souvent effectuées à l'échelle de la structure avec des champs de vue large. Ce choix est souvent dicté par le besoin de suivre la région d'étude tout au long de l'essai, et par l'intérêt pour les conditions aux limites. De fait, dans les parties intéressantes pour la comparaison avec les simulations (zones où les champs cinématiques sont sensibles aux variations des paramètres), les incertitudes de mesures peuvent être grandes (faible rapport "signal/incertitude de mesure"), et la résolution spatiale de la mesure faible.

L'idée du chapitre est de lister les différentes mesures de champ qui ont été utilisées à des fins d'identification dans le domaine des matériaux composites. On tentera d'en déduire leurs points forts et leurs principales limites. On portera une attention particulière aux aspects incertitudes de mesure, résolution spatiale, mais aussi à la complexité de la mise en œuvre. Une indication sur l'écart entre les paramètres constitutifs identifiés au moyen de mesures de champs et identifiés de manière conventionnelle sera donnée pour divers exemples choisis. Un focus plus important est fait sur la CIN, technique retenue dans la suite du travail, et plus particulièrement sur ses développements les plus récents. Ainsi, les bases de la corrélation d'images numériques éléments finis (CIN-EF [Sun et al., 2005]) sont rappelées. Les moyens pour estimer les incertitudes de mesure de cette méthode sont présentés et discutés. La méthode est illustrée en détail dans un cas unidirectionnel.

1 Différentes techniques de mesure de champ cinématique

La mesure "de champ cinématique" (par opposition à : mesure "ponctuelle" ou moyenne) informe sur le déplacement ou la déformation dans toute une région de la surface (voire du volume) du spécimen. Elle se sert de l'intensité des ondes électromagnétiques qui sont transformées en champs de scalaires, vecteurs ou tenseurs [Surrel, 2005]. Les ondes électromagnétiques les plus exploitées pour la mesure de champ en mécanique expérimentale appartiennent au spectre visible. Ce spectre se situe entre 380nm et 780nm en terme de longueur d'onde. Surrel [2005] propose une classification des méthodes de mesure de champs cinématiques en fonction de leur principe physique (voir tableau 1.1). Il définit ainsi deux groupes : les techniques de mesure non interférométriques et les techniques interférométriques. De plus, le tableau 1.1

2. La résolution spatiale est la plus petite distance entre deux points que l'on peut mesurer de manière indépendante [JCGM, 2008]

classe les différentes techniques optiques en fonction de la mesurande exploitée. Dans un premier temps nous présentons les techniques interférométriques.

Techniques non interférométriques			
Mesurande	Codage aléatoire	Modulation de phase	Remarques
Depl. plan	Corrélation d'images	Grille (avec ou sans moiré)	Couplage avec depl. hors plan
Forme	Stérocorrélation	Projection de franges (lumière structurée)	Étalonnage transverse caméra essentiel
Déplacement dans l'espace	Stérocorrélation avec mouchetis solidaire	Impossible	Idem
Pentes	Non utilisé, mais concevable	Déflexométrie	Couplage avec la forme

Interférométrie			
Mesurande	Lumière réfléchie	Lumière diffusée	Lumière diffractée
Depl. plan	Impossible	Speckle dans le plan	Moiré interférométrique
Depl. hors plan	Interférométrie MICHELSON-TWYMAN-GREEN	Speckle hors plan	Inusité, mais un montage est concevable
Montage différentiel (pentes, déform.)	Microscopie Nomarski p. ex.	Shearographie	Interférométrie différentielle sur réseau

FIGURE 1.1 – Classification après Y. Surrel [Surrel, 2005]

1.1 Techniques interférométriques

La phase Φ d'une onde visible monochromatique d'amplitude $A = a \cdot \sin(\omega t + \Phi)$ oscille à une fréquence trop élevée pour pouvoir enregistrer sa variation temporelle. Les méthodes interférométriques se servent de la superposition d'ondes pour éliminer cette variation temporelle (le terme ωt). Une mesure interférométrique s'appuie sur l'estimation de la variation de phase des franges d'interférences $\Delta\Phi = (\Delta\Phi_2 - \Delta\Phi_1)$ entre un état 1 (référence) et un état 2. Surrel [2005] propose de ranger les méthodes interférométriques suivant les modes d'interaction de la lumière avec la surface étudiée : réflexion, diffusion, diffraction (figure 1.2).

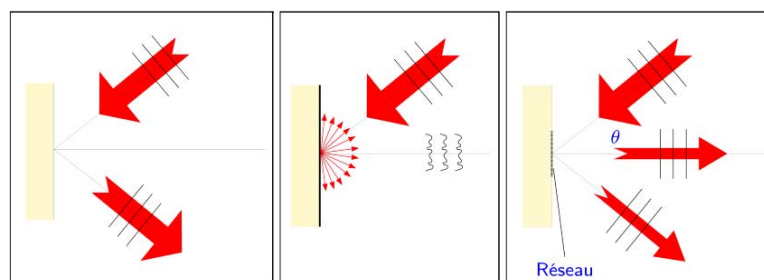


FIGURE 1.2 – Différents modes d'interaction de la lumière sur une surface [Surrel, 2005]. De gauche à droite : Réflexion spéculaire ; Diffusion ; Diffraction sur un réseau.

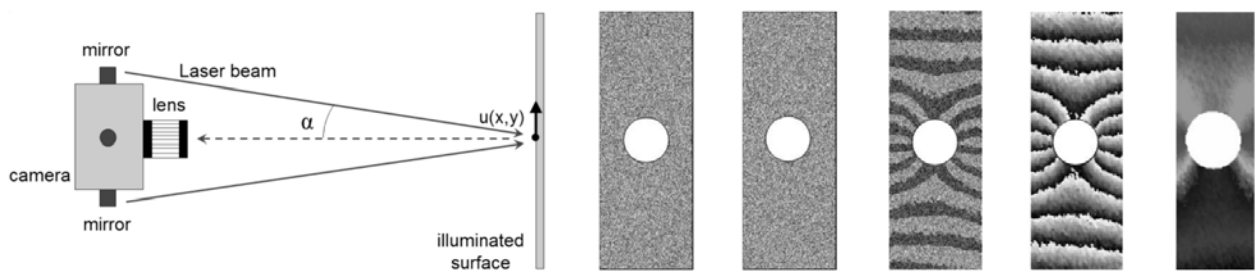
Lorsque la surface d'étude réfléchit la lumière comme un miroir, la surface des ondes reste lisse. Suivant le type de montage optique utilisé, il est alors possible de mesurer le déplacement hors-plan, mais pas le déplacement dans le plan. Par la suite, on s'intéresse aux techniques basées sur la diffusion, puis sur la diffraction.

1.1.1 Techniques basées sur la diffusion

Lorsque la surface est diffusante (e.g., rugosité naturelle) la lumière y parvenant est diffusée dans toutes les directions. La surface d'onde réfléchi ne reste pas lisse et un phénomène d'interférence se produit.

Interférométrie de speckle L'interférométrie en lumière diffusée est aussi appelée interférométrie de speckle. L'objet étudié est éclairé avec différents faisceaux de lumière cohérente (laser). Suivant les lieux considérés, l'ensemble des faisceaux réfléchis peuvent conduire, statistiquement, à une interférence constructive ou destructive. Ceci crée une figure d'interférence spatiale complexe constituée de taches de lumières appelées grains de speckle (tavelure en français). Une caméra enregistre une simple coupe de la figure dans le plan du capteur. Un mouvement de l'objet observé crée un mouvement du speckle. La soustraction de deux images donne un interférogramme. Un algorithme est alors nécessaire pour extraire la phase, donnée essentielle pour remonter aux déplacements. Lorsqu'une seule direction d'éclairage est utilisée, la direction d'observation définit le vecteur sensibilité, i.e., la composante du déplacement à laquelle la méthode sera sensible [Surrel, 2005]. En fonction des directions d'illumination et d'observation retenues, il est donc possible de mesurer le déplacement hors plan, mais également ses composantes dans le plan. Concrètement, deux directions d'illumination sont nécessaires pour remonter aux composantes planes du champ de déplacement [Moore and Tyrer, 1990]. La figure 1.3a montre un montage classique exploité par [Lecompte et al., 2005] pour mesurer le champ de déplacement à la surface d'une plaque trouée en matériau composite. La figure 1.3b illustre les différents stades de cette technique. Comme indiqué dans [Lehmann, 2001], une résolution ultime inférieure au dixième de micron peut théoriquement être atteinte.

Du fait de la bonne résolution attendue, cette technique a été utilisée pour l'étude des matériaux composites [Grédiac, 2004], principalement à l'échelle macroscopique. On trouve aussi quelques études sur le comportement à l'échelle du pli (méso). Farge et al. [2008], par exemple, s'intéresse au champ de déplacement autour d'une fissure apparaissant sur la tranche d'un stratifié. Au niveau industriel, la méthode trouve (surtout ?) des applications dans le domaine du Contrôle Non Destructif [Maranon et al., 2007], en particulier dans le domaine des structures aéronautiques [Rao et al., 2003].



(a) La surface rugueuse de l'objet étudié est éclairée avec deux faisceaux laser qui sont réfléchis de manière diffuse et créent un speckle (figure d'interférence spatiale).

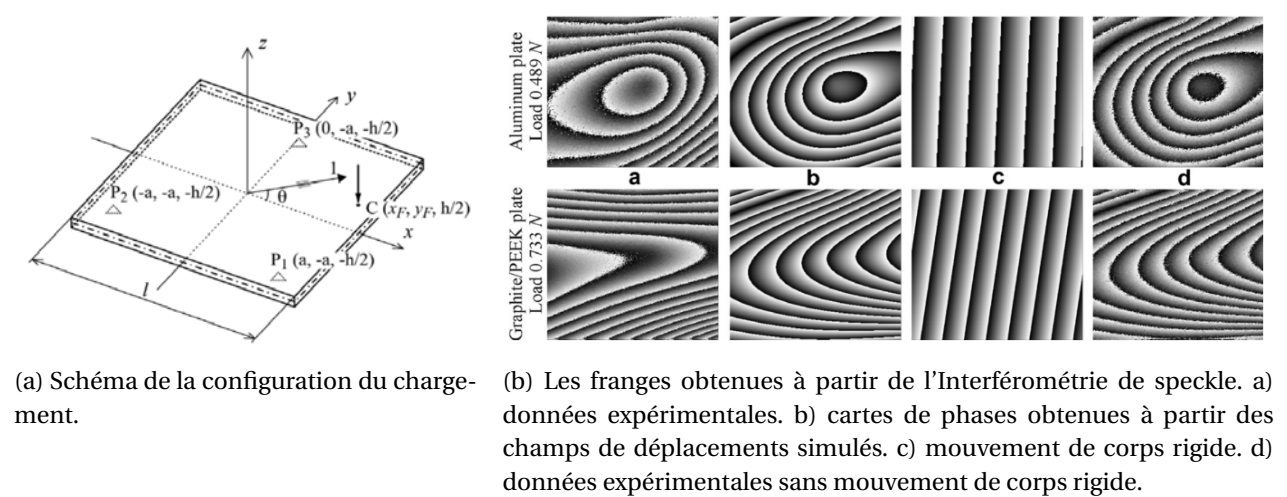
(b) De la gauche vers la droite : l'image de speckle à l'état initial ; à l'état déformé ; l'interférogramme obtenu par soustraction ; la carte de phase ; le champ de déplacement dans la direction de sollicitation (sens long de l'éprouvette).

FIGURE 1.3 – Essai de traction sur plaque trouée instrumenté par Interférométrie de Speckle [Lecompte et al., 2005]. Les auteurs identifient les quatre paramètres élastique d'un titane supposé orthotrope.

Les bonnes performances métrologiques de cette méthode ont conduit de nombreux auteurs à l'adopter à des fins de validation et d'identification. On pense en particulier à l'identification des paramètres élastiques. Voici deux exemples de travaux récents. Lecompte et al. [2005] par exemple, utilisent l'interférométrie de speckle pour identifier les quatre paramètres élastiques plan d'un modèle de comportement orthotrope (Titane). Pour cela, ils réalisent un essai de traction sur une plaque stratifiée trouée. Les paramètres constitutifs sont identifiés en mettant à jour de manière itérative un modèle éléments finis (FEMU,

voir chapitre 2 : Identification de paramètres constitutifs à partir de corrélation d'images). Une fonction coût basée sur la différence entre les déformations expérimentales et celles simulées est proposée. En pratique, les déformations expérimentales sont issues d'une dérivation numérique du champ de déplacement mesuré [Avril et al., 2008a]. Les résultats obtenus sont en accord avec ceux provenant d'une identification classique, 2 à 7% d'écart.

Bruno et al. [2008] utilisent également l'interférométrie de speckle afin d'identifier quelques paramètres élastiques d'une plaque (matériau composite unidirectionnel). Cette fois, les auteurs s'intéressent à la flexion d'une plaque en matériau composite. Le montage adopté leur permet de mesurer le déplacement hors plan (voir la figure 1.4b). L'une des difficultés abordées dans l'article concerne la compensation des effets liés aux mouvements de corps rigide vus par la plaque. Enfin, les auteurs parviennent à identifier les quatre paramètres élastiques plan d'un modèle orthotrope en mettant à jour un modèle éléments finis (FEMU, voir chapitre 2 : Identification de paramètres constitutifs à partir de corrélation d'images). Les résultats sont en assez bon accord avec les résultats obtenus par d'autres méthodes d'identification (figure 1.4c) : des écarts de 3 à 22% sont observés. Dans ce cas, le module transverse et le coefficient de poisson sont plus difficiles à identifier que le module longitudinal.



(c) Comparaison entre des résultats d'identification obtenus par différents méthodes. Les résultats de la méthode inverse proposée sont en assez bon accord avec les résultats obtenus à l'aide d'autres méthodes. L'écart-type des résultats obtenus pour plusieurs essais reste petit.

FIGURE 1.4 – Interférométrie de speckle : Bruno et al. [2008] identifient quatre paramètres élastiques à partir d'essais de flexion réalisés sur des plaques (de forme *a priori* quelconque) en aluminium et en composite Graphite/PEEK. La comparaison des champs de déplacements nécessite la gestion des déplacements de corps rigides.

En résumé, sur le papier, l'interférométrie de speckle semble fort prometteuse pour l'identification de paramètres élastiques. Avec l'avènement des caméras CCD ou CMOS et le développement de méthodes d'extraction de phases automatisées [Huntley and Saldner, 1993], la technique s'est de plus démocratisée [Rastogi, 2000b]. Comparée à certaines autres techniques, l'interférométrie de speckle ne nécessite pas de marquage de la pièce étudiée. Son fonctionnement nécessite par contre une surface qui doit être diffusante. Par ailleurs, la méthode est malheureusement très sensible aux grands déplacements [Lehmann, 2001] et son montage reste non trivial et coûteux (environ 75k€ pour les premières solutions sur étagère). Toute-

fois, les expériences récentes de passage à des essais plus complexes, e.g., essais biaxiaux sur éprouvette cruciforme, montre que l'interférométrie de speckle n'est pas forcément compatible avec des ambiances de travail usuelles dans les laboratoires de mécanique [Ramault et al., 2011].

Shearographie (de speckle) En français, la shearographie est aussi connue sous le nom *Interférométrie de speckle à dédoublement latéral*. En anglais on l'appelle *speckle shearography* ou *Laser Speckle Shearing Interferometry*. Le principe de la shearographie, introduit par [Leendertz and Butters, 1973], ressemble beaucoup à celui de l'interférométrie de speckle. Au lieu de dédoubler le faisceau d'éclairage, c'est la lumière réfléchiée par l'éprouvette qui est dédoublée. Cela peut être atteint, par exemple, avec un interféromètre de Michelson dans lequel l'un des miroirs est légèrement incliné. Ce type de montage permet de mesurer des déplacements différentiels, concrètement des déformations dans le plan et des pentes. On trouvera dans [Lee et al., 2004] une application de la méthode à la mesure de champs de déformations à la surface de matériaux composites cousus. L'avantage de cette méthode est son insensibilité par rapport aux vibrations parasites. La shearographie est d'ailleurs souvent utilisée dans l'industrie pour détecter des défauts structuraux (Non-Destructive Testing : NDT [Hung, 1982]).

1.1.2 Techniques basées sur la diffraction

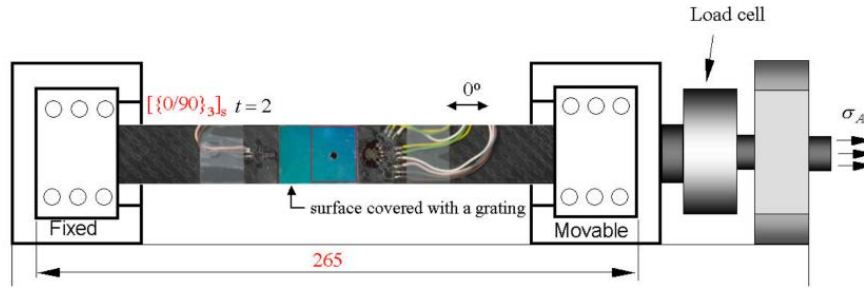
Un réseau de diffraction est déposé sur la surface d'étude de manière à ce que le premier ordre diffracté soit normal à la surface. Comme pour la réflexion spéculaire, les surfaces d'ondes sont lisses.

Moiré Interférométrique Le moiré interférométrique, ou l'*interférométrie sur réseau*, permet de mesurer des déplacements dans le plan. La méthode combine l'effet du moiré avec la technique de l'interférométrie. La méthode présente une bonne résolution de mesure et un très bon rapport signal/bruit. Typiquement, Molimard et al. [2005] obtiennent une résolution en déformation de $20\mu\epsilon$ pour une résolution spatiale de $187\mu m$. Bien que très performante, cette méthode nécessite de déposer une grille sur la surface et un montage optique relativement complexe (voir la figure 1.5b).

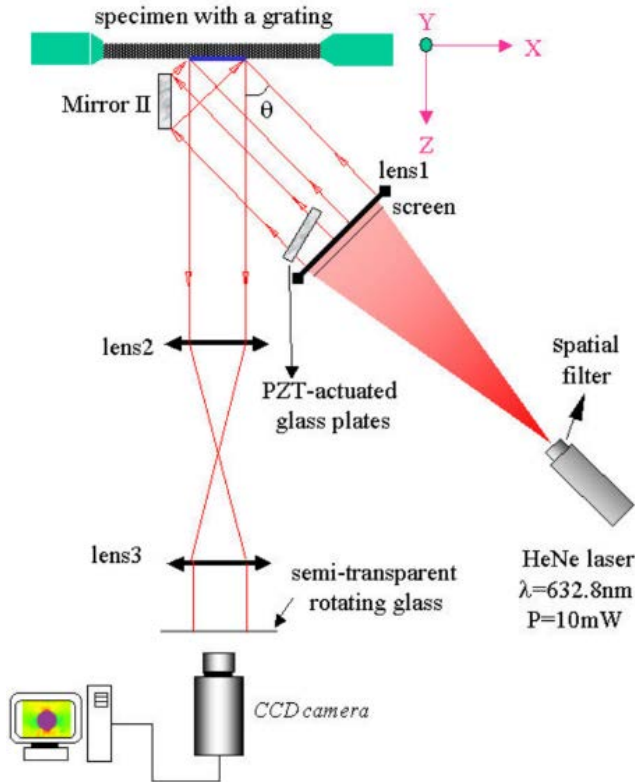
Molimard et al. [2005] ont utilisé le Moiré interférométrique pour identifier quatre paramètres élastiques plan d'un matériau composite. Ils réalisent un essai de traction sur une plaque trouée. Le montage optique utilisé est présenté en figure 1.5b. La surface est couverte d'un réseau de diffraction d'une densité de 1200 lignes/mm . Un algorithme calcule les déplacements à partir des images obtenues (état initial et déformé). Ces images montrent des motifs de franges de moiré. Les champs de déformation sont ensuite obtenus par une dérivation numérique directe, figure 1.5c. Pour l'identification, Molimard et al. [2005] utilisent deux jeux de données simulées, l'un analytique basée sur la solution proposée par [Lekhnitskii et al., 1968], l'autre basé sur un modèle éléments finis. Dans les deux cas, la fonctionnelle minimisée est construite sur la distance entre les champs de déformation expérimentaux et les champs simulés. Les résultats des deux approches sont en très bon accord avec les résultats de trois essais de traction normalisés (4 à 5% d'écart).

Shearographie sur réseau Le montage d'une shearographie sur réseau se différencie de celui du moiré interférométrique par l'ajout d'un interféromètre pour dédoubler la lumière réfléchiée par l'éprouvette (similaire à celui utilisé pour la shearographie de speckle). Lee et al. [2006] comparent le moiré interférométrique avec la shearographie sur réseau lors d'un essai de traction réalisé sur un composite. Ils concluent que, à part l'effet de doublage d'image (qui n'est pas très important), la shearographie présente plusieurs avantages comme par exemple sa capacité à mesurer des déplacements hors plan.

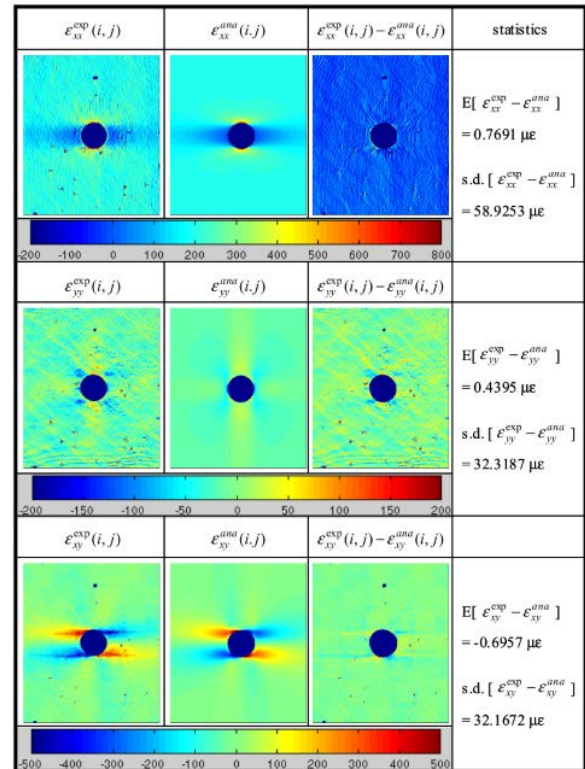
Remarque sur les techniques interférométriques : Lee [2004] compare la shearographie sur réseau à la shearographie de speckle. La shearographie sur réseau parvient à détecter des anomalies dans la déformation de la surface qui n'ont pu être détectées par la shearographie de speckle. La shearographie sur réseau



(a) Schéma de l'essai de traction réalisé sur une plaque trouée. Une cellule d'effort ("Load cell") mesure la résultante axiale de l'effort appliqué pendant l'essai. Une grille est déposée sur la surface de l'éprouvette.



(b) Montage optique pour la mesure de champ par moiré interférométrique à décalage de phase



(c) Cartes de déformation obtenues (dérivée numérique directe). De gauche vers la droite : déformation expérimentale; analytique; différence entre le champ expérimental et analytique; l'espérance et l'écart-type de la différence. Du haut vers le bas : ϵ_{xx} ; ϵ_{yy} ; ϵ_{xy}

FIGURE 1.5 – Molimard et al. [2005] identifient 4 paramètres élastiques d'un matériau composite à partir d'un essai sur plaque trouée (1.5a). Le champ de déplacement mesuré avec la méthode du moiré interférométrique (1.5b) est dérivé pour atteindre le champ de déformation. Une fonction coût basée sur la déformation estimée et la déformation obtenue à l'aide d'un modèle analytique proposé par [Lekhnitskii et al., 1968] (1.5c) est enfin minimisée.

présente de plus une plage de résolution spatiale plus large et est donc plus adaptée à l'étude des microstructures de composite. Lee et al. [2006] comparent dans un tableau les performances des quatre méthodes présentées jusqu'ici.

1.2 Techniques non interférométriques

Pour les techniques classées dans cette catégorie, la variation de l'intensité lumineuse enregistrée n'est plus associée à une interférence. L'idée consiste plutôt à s'appuyer sur un marquage de l'objet, ou sur la projection d'un motif sur l'objet. En pratique, comme proposé par [Surrel, 2005], on pourrait distinguer deux types de codage : périodique ou aléatoire.

1.2.1 Encodage périodique

La mesurande est ici encodé à travers la modulation d'un signal périodique. Dans ce cas il s'agit de la modulation de phase. La plus célèbre des méthodes est probablement la méthode de la grille. On veillera à ne pas confondre l'effet de Moiré et la méthode de grilles. Le Moiré n'est pas en lui-même une technique de mesure. C'est un effet qui vient (ou non) se rajouter à la technique de la grille. Les méthodes dites de déflectométrie et celle de la projection de franges appartiennent également à cette famille.

Méthode de la grille L'idée est de suivre le déplacement d'une grille déposée sur une surface de l'objet. La méthode de la grille est comparable dans sa démarche à la CIN. Au lieu de se servir de la texture de la surface du matériau ou d'un mouchetis (texture aléatoire), une grille est déposée sur la surface de l'éprouvette. Une caméra CCD enregistre des images de la surface à différents stades de la déformation de l'objet. Le principe de la mesure consiste à déterminer le déphasage (dans les deux directions du plan) du signal observé en chaque pixel de l'image. Ce déphasage est lié au déplacement s'étant produit. La méthode s'appuie en général sur l'hypothèse des petites perturbations.

La méthode apporte une bonne résolution de mesure [Grediac and Sur, 2014], et ce pour de petites résolutions spatiales. La figure 1.6b montre une grille typique déposée sur une éprouvette de traction [Piro and Grédiac, 2004]. Suivant l'échelle considérée, il peut être difficile de créer et de déposer la grille. Les mouvements de corps rigides pouvant se produire pendant l'essai peuvent conduire à des difficultés de traitement. Une grille peut-être difficile à déposer si la surface n'est pas tout à fait plane, comme par exemple sur la surface des textiles [Surrel, 1994; Piro and Grédiac, 2004; Lomov et al., 2008]. Enfin, cette méthode ne permet *a priori* pas de mesurer les déplacements hors-plan. Récemment, Notbohm et al. [2013] ont toutefois proposé une technique s'appuyant sur un réseau de diffraction pour mesurer des déplacements 3D tout en ne conservant qu'une seule caméra.

Chalal et al. [2006] utilisent la méthode pour mesurer (indirectement) le champ de déformation à la surface d'une éprouvette composite sollicitée en cisaillement/flexion (montage du style Iosipescu avec éprouvette droite). Une méthode inverse est alors utilisée pour identifier les 4 paramètres élastiques d'un modèle orthotrope (VFM, cf. chapitre 2 : Identification de paramètres constitutifs à partir de corrélation d'images). Dans ce cas, ce n'est pas la géométrie, mais bien le chargement qui conduit à un champ de déformation hétérogène. Un bon accord avec les valeurs issues de méthodes d'identification usuelles est observé pour le module de cisaillement (4%). Le résultat pour les 3 autres paramètres était moins satisfaisants (écarts de 17% à 63%). Les auteurs en concluent que le signal de la déformation n'était pas suffisamment élevé pour assurer une influence limitée du niveau de bruit. La méthode a également été utilisée en dynamique. Une mise en œuvre de la méthode dans le cas d'un essai aux barres d'Hopkinson réalisé sur un matériau fragile est proposée dans [Pierron and Forquin, 2012]. La figure 1.6a montre la grille déposée sur l'éprouvette.

Défectométrie Le principe de la mesure consiste à se servir de la surface de l'objet comme d'un miroir [Surrel, 2006] et d'observer une mire régulière. La distorsion de la mire réfléchie permet de remonter à la direction de la normale à la pièce en tout point de la surface observée. Elle est par nature très sensible à une variation de courbure, et donc particulièrement bien adaptée à l'étude de la flexion [Kim et al., 2007; Devivier et al., 2012]. Par contre, ce type de technique ne permet pas de mesurer de déplacements dans le plan de l'objet.

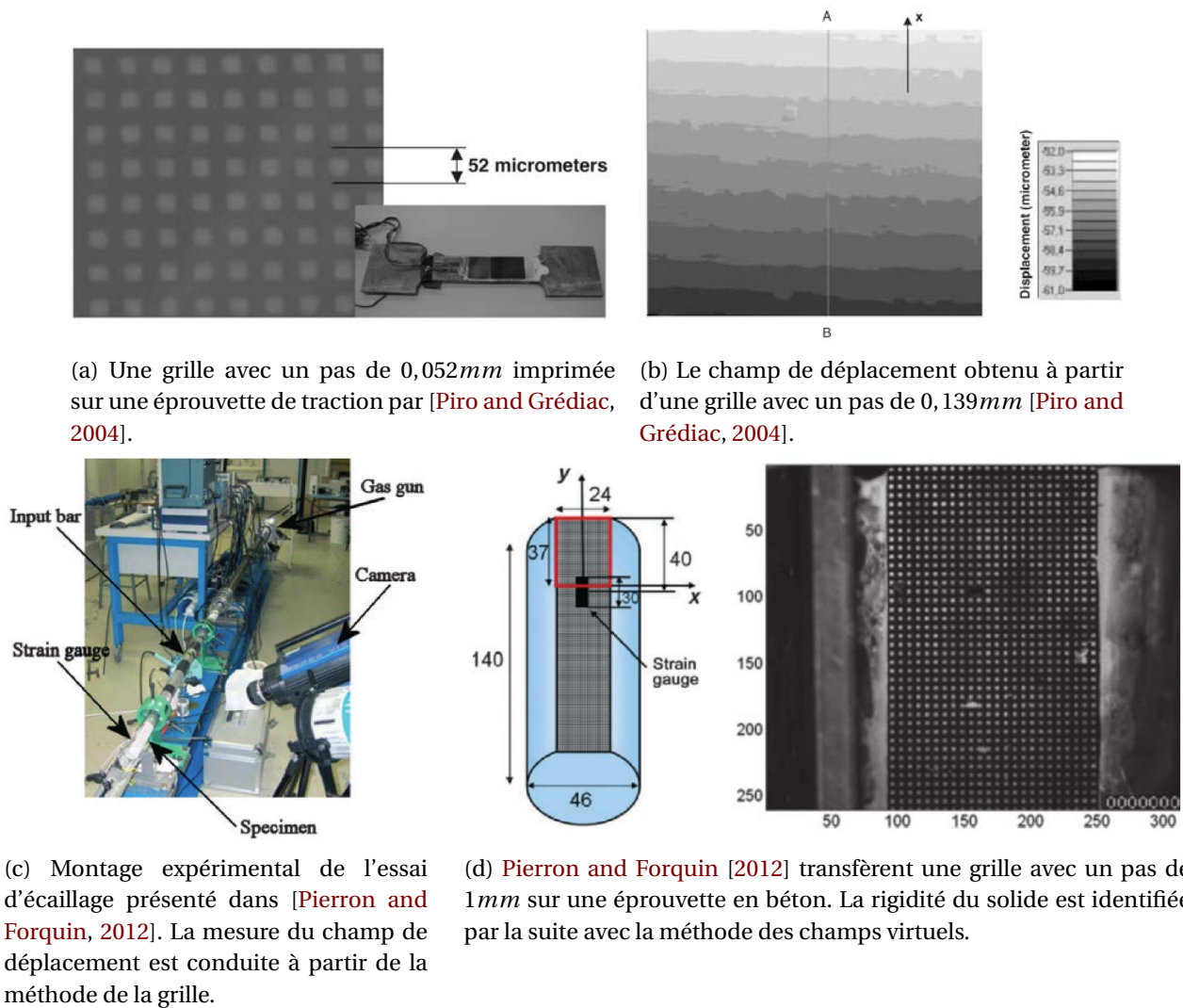


FIGURE 1.6 – Utilisation de la méthode de la grille lors d'un essai de traction statique et lors d'un essai aux barres d'Hopkinson.

Ce type de mesure peut être exploitée à des fins de contrôle de pièces [Surrel, 2006], à des fins de CND, voire à l'identification de paramètres constitutifs de plaques composites lors d'essais de flexion [Kim et al., 2007; Devivier et al., 2012]. Kim et al. [2007]; Devivier et al. [2012] parviennent à localiser un endommagement dans une plaque composite soumise à de la flexion à partir de mesures de déflectométrie et de méthodes inverses (dont la VFM, cf. chapitre 2).

Projection de franges On pourrait également parler de profilométrie. L'idée est ici de projeter de la lumière structurée sur la pièce et d'observer les distorsions produites [Osten, 2014]. Basiquement, le déphasage entre les images enregistrées permet de remonter à la profondeur. Si le montage de base est élémentaire (un simple vidéo projecteur et une caméra), il est nécessaire de calibrer le banc pour atteindre des résolutions correctes. Une fois encore, ce type de mesure ne permet pas de mesurer de déplacement dans le plan.

Gigliotti et al. [2007] proposent d'utiliser la projection de franges pour étudier la déformation de plaques soumises à des changements de température et à des reprises d'humidité. Les mesures effectuées leur permettent de valider un modèle. Ils concluent que l'utilisation conjointe de stratifiés dissymétriques et de la déflectométrie est une manière efficace d'identifier les paramètres de loi de comportement hygrother-

mique.

1.2.2 Encodage aléatoire

Les techniques basées sur un codage aléatoire regroupent toutes les méthodes de corrélation d'images : la corrélation d'images 2D, la stéréo-corrélation et la corrélation volumique.

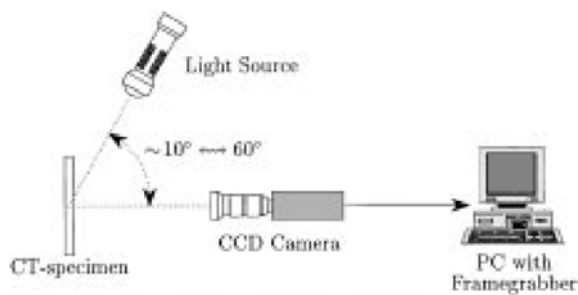
La corrélation d'image La Corrélation d'Images Numériques (CIN ou DIC en anglais pour Digital Image Correlation) est apparue au début des années 80. Les premiers travaux de référence dans le domaine sont attribués à [Lucas and Kanade, 1981; Horn and Schunck, 1981]. [Sutton et al., 1983] ont probablement été les premiers à utiliser la CIN dans le contexte de la mécanique des solides. Cette technique optique de mesure de champs s'appuie sur la comparaison d'images de l'objet saisies à divers stades de son chargement. L'usage de la CIN s'est généralisé avec le développement des ordinateurs et des caméras numériques. En vision monoculaire, la CIN fournit un champ de déplacement dans le plan du capteur [Sutton et al., 1983] (un montage typique est fourni en figure 1.7a). Pour pouvoir mesurer un champ de déplacement 3D, il est nécessaire d'utiliser (au moins) deux caméras. On parle alors de stéréo-corrélation [Sutton et al., 2009]. Son grand avantage (par rapport aux autres méthodes de mesure de champs cinématiques) est donc sa capacité à mesurer des déplacements sur des surfaces non planes tout en restant une méthode relativement simple de mise en œuvre [Sutton et al., 2009]. Elle permet ainsi aujourd'hui des mesures de champs cinématiques 3D sur des surfaces à partir d'images numériques de toute nature (caméras CCD ou CMOS avec des objectifs classiques [Tiwari et al., 2009], microscopie optique [Schreier et al., 2004; Berfield et al., 2007], MEB [Zhu et al., 2011], microscope à force atomique [Han et al., 2010], etc.). Mais la technique permet également des mesures dans le volume à partir d'images tomographiques (Tomographe RX [Bay et al., 1999], IRM [Benoit et al., 2009], etc.). Au final, de par le fait que n'importe quelle image peut être traitée, la CIN permet aujourd'hui des mesures à toutes les échelles d'intérêt pour le mécanicien, de quelques nanomètres [Han et al., 2010] jusqu'à plusieurs mètres [Reu, 2013], et ce en surface mais aussi à cœur.

Pour dissocier différents points dans une image, la texture se doit d'être aléatoire et contrastée. S'appuyant en outre sur des images numériques, la taille de la texture (rayon de corrélation) doit être assez grande par rapport à la taille physique du pixel ou du voxel [Sutton et al., 2009]. Enfin, la résolution de la mesure (généralement exprimée en px : typiquement, une résolution ultime de 0.01 px est attendue avec un mouchetis de bonne qualité, et une image codée sur 8 bit) dépend d'un grand nombre de facteurs tels que la texture, mais également les conditions de prise de vue et les techniques d'interpolations utilisées (les principaux facteurs d'influence seront listés dans le paragraphe 2).

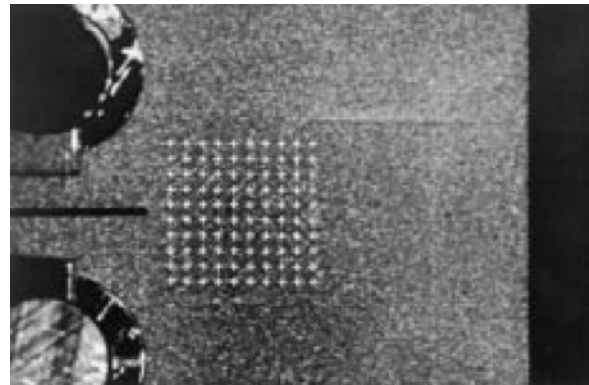
Dans le domaine de l'identification de paramètres constitutifs de modèles adaptés aux matériaux composites, la CIN a trouvé différentes applications. Des auteurs se sont par exemple intéressés aux propriétés élastiques [Lecompte et al., 2007; Leclerc et al., 2009; Gogu et al., 2013; Gras et al., 2013], aux contrastes de propriétés élastiques [Claire et al., 2002; Crouzeix, 2008; Sztefek and Olsson, 2008]. On trouve également des travaux relatifs à l'identification de lois d'endommagement [Roux and Hild, 2008; Crouzeix et al., 2009; Périé et al., 2009; Ben Azzouna et al., 2011]. Différents exemples de travaux utilisant la CIN pour l'identification sont présentés ci après.

L'un des premiers travaux publiés concerne l'étude de l'endommagement [Geers et al., 1999]. Les auteurs filment la zone de process en pointe d'entaille d'une éprouvette CT. Une approche inverse (FEMU, cf. paragraphe 2) est proposée afin de déterminer des paramètres constitutifs d'un modèle d'endommagement non local, et en particulier de la longueur interne associée, à partir de mesures par CIN. Claire et al. [2002] s'intéressent également à l'endommagement d'un composite quasi isotrope. Ils réalisent quant à eux un essai biaxial sur une éprouvette cruciforme (voir figure 1.8). Ils filment toute l'éprouvette (zone centrale et bras). Dans [Claire et al., 2002], la méthode inverse proposée permet de déterminer un champ de contraste de propriétés élastiques. Plus tard, les mêmes auteurs en déduiront les paramètres d'une loi d'endommagement isotrope [Claire et al., 2007; Roux and Hild, 2008]. Plus récemment, ces travaux ont été étendus

à des matériaux initialement orthotropes et des lois d'endommagement anisotropes par [Crouzeix, 2008; Crouzeix et al., 2009; Périé et al., 2009; Ben Azzouna et al., 2011]. Crouzeix [2008]; Crouzeix et al. [2009]; Périé et al. [2009] étudient par exemple l'endommagement d'une éprouvette cruciforme en C/C soumise à un chargement biaxial [Périé et al., 2002]. Quelques auteurs ont également proposé d'identifier les paramètres élastiques de matériaux composites [Lecompte et al., 2007; Leclerc et al., 2009]. Lecompte et al. [2007] réalisent par exemple un essai biaxial sur une éprouvette en composite stratifiée. Deux géométries sont proposées. Une éprouvette cruciforme standard, et une éprouvette cruciforme percée en son centre. Le gain attendu en terme de variance sur les résultats de l'identification pour l'éprouvette la plus complexe (donc générant les champs de déformations les plus riches) ne sont pas observés. Les auteurs concluent que la procédure de CIN retenue n'est pas en mesure de rendre compte correctement des gradients locaux présents autour du perçage.



(a) Le montage expérimental.



(b) L'image d'une éprouvette mouchetée en traction obtenue à partir du capteur CCD. Les points de mesure de la CIN utilisés pour l'identification sont superposés à l'image.

FIGURE 1.7 – Geers et al. [1999] obtiennent des paramètres d'une loi d'endommagement d'un matériau composite.

En résumé, pour certains composites et pour des éprouvettes relativement petites, la corrélation d'images permet l'étude des mécanismes d'endommagements (analogie avec la plasticité). Les niveaux de déformations dans ces situations permettent de minimiser l'impact des incertitudes de mesure. Par contre, la mesure précise de gradients locaux et l'étude de structure à une échelle raisonnable - essentielle par exemple lors de l'étude des comportements élastiques de structures raides - ne semble pas évidente avec la CIN.

1.3 Bilan

Le tableau 1.9 présente de manière synthétique les atouts et limites des différentes techniques de mesure de champs cinématiques disponibles. Parmi ces dernières, la CIN est aujourd'hui la technique la plus utilisée en mécanique des solides [Grédiac and Hild, 2011; Sutton et al., 2009; Orteu, 2009]. Elle permet des mesures rapides, elle est facile à mettre en place et particulièrement polyvalente. Toutefois, la technique conduit, à l'échelle macroscopique, avec des caméras et des optiques usuelles, à des niveaux d'incertitudes supérieurs à ceux obtenus avec les techniques interférométriques [Bornert et al., 2009]. Les méthodes interférométriques sont par contre assez sensibles aux vibrations et à l'environnement (surtout pour les techniques différentielles).

La CIN ressort comme une méthode peu ou moyennement performante comparée aux autres méthodes. Elle connaît toutefois aujourd'hui un développement spectaculaire [Grédiac and Hild, 2011]. De nouveaux développements permettent en effet de repousser les limites de la CIN et permettent d'espérer

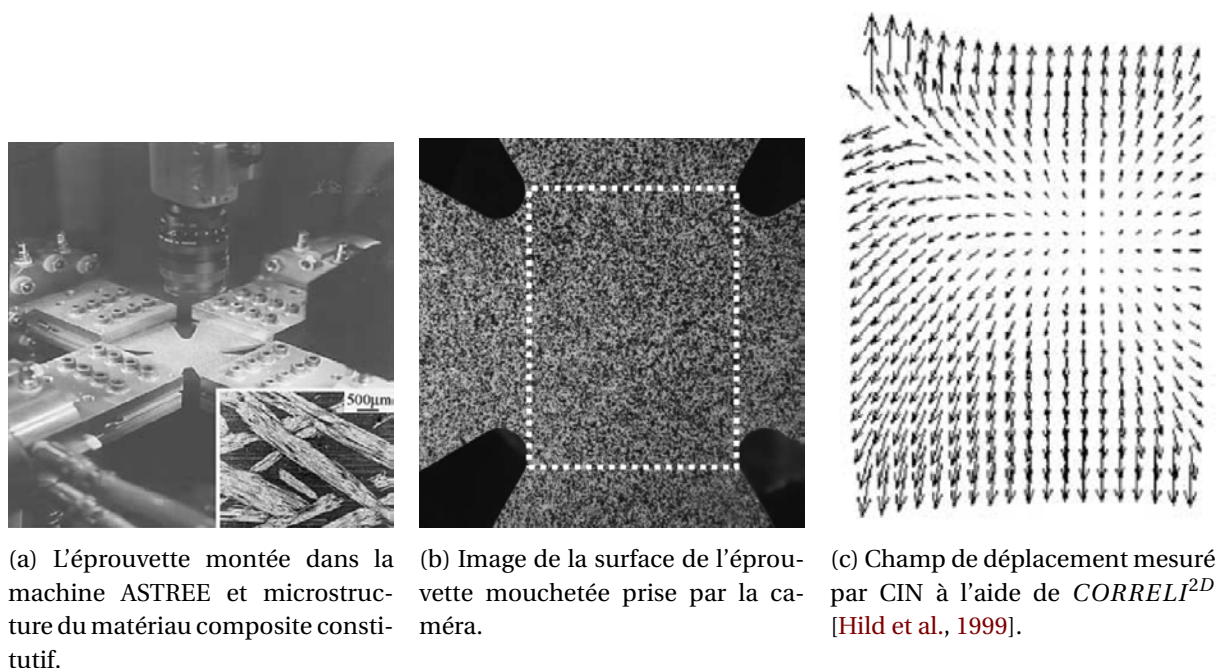


FIGURE 1.8 – Suivi de l'endommagement d'un composite à partir d'un essai biaxial à partir de la CIN et d'une approche inverse [Claire et al., 2002].

	Non interférométrique, aléatoire	Non interférométrique, phase	Interférométrie
Simplicité	++	+	–
Coût	--	–	+
Performances	–	–+	++

FIGURE 1.9 – Classification après Y. Surrel [Surrel, 2005]

une utilisation de plus en plus fréquente pour l'identification de lois constitutives (en particulier dans le cas de matériaux rigides). Le paragraphe suivant donnera un éclairage sur quelques uns de ces récents développements, tandis que les paragraphes ultérieurs illustreront leur potentiel dans le domaine des mesures multi échelles (ouvrant ainsi la voie à l'étude de structures plus complexes).

2 La corrélation d'images numériques (CIN)

Aujourd'hui, la plupart des codes de CIN commerciaux s'appuient sur l'approche proposée dans les premiers travaux publiés dans le domaine [Sutton et al., 1983, 1986]. En pratique, de nombreux problèmes de corrélations sont conduits de manière indépendante pour de petites régions de l'image (qui peuvent être appelées imagerie, zones d'intérêt, fenêtre de corrélation, subset, etc.) afin de trouver des similitudes entre une image de référence et une image de l'objet déformé dans une région d'intérêt. Ces approches permettent des temps de calcul faibles (parallélisation immédiate) et, étant donné le nombre réduit de paramètres requis, une utilisation aisée. Malheureusement, comme toute technique de mesure, la CIN fournit des mesures entachées d'erreurs [Lecompte, 2007; Bornert et al., 2009]. En premier lieu, l'acquisition des images numériques de l'objet étudié nécessite différents dispositifs qui induisent tour à tour des incertitudes de mesure. Pour les expériences classiques de CIN à l'échelle macro, un éclairage, un système optique (objectifs) et un capteur sont requis. Ces caméras sont classiquement construites autour de capteurs CCD

(Charge-Coupled Device) ou de capteurs CMOS (Complementary Metal Oxide Semiconductor). Ainsi, outre les problèmes d'éclairage et les distorsions induites par les optiques (ces aspects ne sont pas traités dans ce travail, mais on pourra se référer à [Sutton et al., 2009]), une partie des incertitudes de mesure peut venir du bruit capteur. En vision monoculaire (CIN 2D), on doit de plus prêter particulièrement attention aux mouvements hors plan [Sutton et al., 2008]. Pour des cinématiques planes, en montage fronto-parallèle, l'adoption d'un objectif télécentrique permet de réduire considérablement la sensibilité du résultat aux éventuels déplacements hors-plan (typiquement liés au coefficient de Poisson, mais également au montage expérimental). La méthode s'attachant à retrouver des motifs dans deux images, la texture en surface de l'objet joue un rôle majeur sur l'incertitude de mesure. Enfin, au delà des aspects liés au montage expérimental, certaines erreurs proviennent de l'algorithme de CIN retenu. Pour résumer, les principaux paramètres qui jouent sur les erreurs de mesures sont listés dans différents articles [Wang et al., 2009; Bornert et al., 2009; Reu, 2013] :

- le bruit présent dans l'image ;
- la taille et la qualité de la texture ou du mouchetis (speckle pattern) utilisé pour suivre le mouvement [Lecompte et al., 2006; Crammond et al., 2013] ;
- la taille de la fenêtre de corrélation (imagerie) ;
- la fonction de forme décrivant la déformation de la fenêtre de corrélation (et son écart par rapport à la déformation réelle de l'images) [Schreier and Sutton, 2002; Sutton et al., 2009] ;
- la fonction d'interpolation des niveaux de gris [Schreier et al., 2000] ;
- la distorsion des images par les objectifs [Garcia, 2001; Pan et al., 2013] ;
- le calibrage du banc dans le cas de la stéréo-corrélation [Sutton et al., 2009] ;

Des travaux récents ont montré qu'il était possible de diminuer les incertitudes de mesures en changeant l'étendue de la région où sont recherchées les analogies et en injectant des hypothèses sur le champ cinématique *a priori* [Hild and Roux, 2012]. Une description éléments finis (EF) du champ de déplacement [Sun et al., 2005; Besnard et al., 2006] permet par exemple d'imposer la continuité de ce dernier. La CIN-EF permet, pour une résolution de mesure souhaitée, de diminuer la résolution spatiale de la mesure, mais en plus de dialoguer aisément avec les outils de simulation développés en mécanique du solide.

Dans ce qui suit, nous rappellerons brièvement les débuts de la CIN. Par la suite, nous présenterons les développements récents qui ont permis l'émergence de la CIN-EF. Puis la question des incertitudes de mesure liées à ce type d'approche sera abordée. Enfin, la CIN-EF sera illustrée dans un cas 1D afin d'en présenter les principaux ingrédients, d'en identifier les principales caractéristiques et d'envisager des voies de développement.

2.1 Un peu d'histoire

La corrélation d'images est née au début des années 80 [Lucas and Kanade, 1981; Sutton et al., 1983]. En 2D, l'approche repose sur un algorithme qui consiste à appairer successivement des points dans deux images (e.g. une image de l'objet dans l'état initial et une dans l'état déformé) en procédant point par point [Lucas and Kanade, 1981], voir figure 1.10.

Pour retrouver un point dans l'image, l'idée de départ est de considérer que les niveaux de gris autour du point considéré ne varient pas entre les deux prises de vue. Cette hypothèse, dite de conservation des niveaux de gris (de la luminance), est à l'origine des méthodes dites de flot optique [Horn and Schunck, 1981]. Par la suite nous adapterons les notations suivantes :

— \mathbf{x} est le vecteur définissant la position d'un point dans une image (e.g., en 2D : $\mathbf{x} = (x, y)$)

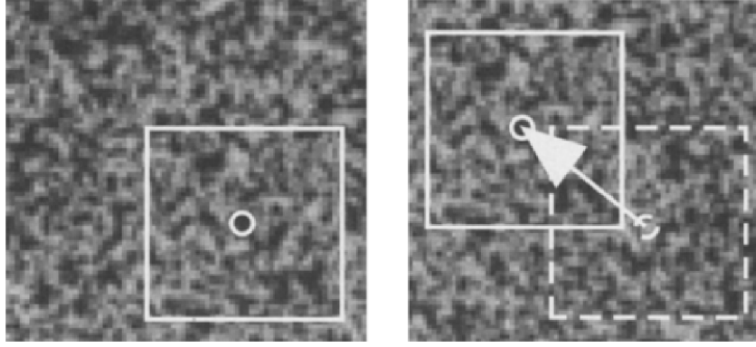


FIGURE 1.10 – Zone of Interest (ZOI) dans l'image de l'objet dans l'état initial (à gauche) et dans l'image de l'objet après déformée (à droite) (Source : [Périé et al., 2002])

- $f(\mathbf{x})$ et $g(\mathbf{x})$ représentent respectivement l'image de référence et l'image déformée
- $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ représente le vecteur déplacement recherché entre $f(\mathbf{x})$ et $g(\mathbf{x})$

Avec ces notations, la conservation de la luminance peut s'écrire :

$$f(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})) + n(\mathbf{x}) \quad (1.1)$$

où $n(\mathbf{x})$ représente le bruit dans les images.

En pratique, pour retrouver un point dans l'image déformée, une zone autour du point (typiquement $N \times N$ px) est considérée (voir figure 1.10). Comme évoqué plus tôt, cette zone d'intérêt est appelée fenêtre de corrélation ou imagerie en français et ZOI (Zone Of Interest) ou subset en anglais. Par conséquent, pour résoudre le problème de CIN, on préfère généralement recourir à une forme faible de l'équation 1.1. On recherche donc $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ en minimisant une fonctionnelle η^2 où

$$\eta^2(\mathbf{u}) = \int_{\Omega} [f(\mathbf{x}) - g(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x}))]^2 d\mathbf{x} \quad \text{avec : } \Omega = \mathbf{ZOI} \quad (1.2)$$

Le problème reste mal posé. Les chercheurs proposent de fait une forme particulière du champ de déplacement dans le proche voisinage du point. On notera que l'image déformée est advectée du champ de déplacement avant d'être comparée à l'image initiale. Étant intéressés par des déplacements quelconques (nombre non entier de pixels), ceci signifie qu'une interpolation des niveaux de gris est nécessaire. Au début, Lucas and Kanade [1981]; Sutton et al. [1983] considéraient une simple translation de corps rigide de la fenêtre (\mathbf{u} est constant dans toute l'imagerie). Rapidement, Sutton et al. [1986] ont proposé une approche intégrant des déformations de l'imagerie afin d'améliorer la corrélation (i.e., diminuer la valeur du résidu, i.e., de η^2). Aujourd'hui, les logiciels de corrélation donnent accès à un choix de plusieurs transformations géométriques (rigide, affine, quadratique,...) décrivant la déformation de l'imagerie [Cor, 2014]. Toutefois, le plus souvent, seule la position du centre de la fenêtre est conservée pour l'analyse de la cinématique. La différence de position de ce point dans les deux images donne accès au déplacement dans l'image (exprimé en pixel). L'opération est enfin répétée à l'intérieur de la région d'étude en un grand nombre de points. Ces derniers sont le plus souvent répartis sur une grille régulière (ceci permet de ne paramétrer l'étude qu'avec un paramètre supplémentaire : le pas). On accède ainsi à un champ de déplacement qui est, par construction, discontinu. Au final, par exemple dans le logiciel Vic2D [Cor, 2009], l'utilisateur doit spécifier la taille du subset, le pas (ou step : distance entre deux points de mesure consécutifs) et le type de transformation souhaitée [Cor, 2014].

Pour accéder au champ de déformation, le champ de déplacement est dérivé numériquement. Toutefois, un schéma de dérivation s'appuyant sur les plus proches voisins (e.g., différences finies centrées) condui-

rait à un champ de déformation très perturbé, souvent jugé inexploitable. Typiquement, pour une résolution de l'ordre de $10^{-2} px$ et une longueur de jauge de l'ordre de $10 px$, on ne pourrait avoir une résolution en déformation que de l'ordre de 10^{-3} . Aussi, de nombreuses méthodes ont été proposées pour filtrer les données ou les résultats afin de fournir des déformations moins perturbées. Quelques exemples peuvent être trouvés dans [Geers, 1996; Avril et al., 2008b; Cofaru et al., 2012; Pan et al., 2014; Dai et al., 2014]. On pense par exemple à des techniques consistant à interpoler le champ de déplacement obtenu *a posteriori*, ou des techniques permettant de réaliser des moyennes dans un voisinage donné des valeurs de déformation obtenues [Avril et al., 2008b]. Le prix à payer est une réduction de la résolution spatiale de mesure de déformation. Dans le logiciel Vic [Cor, 2009], l'utilisateur choisit la valeur d'un paramètre (filter) définissant le nombre de points pris en compte dans le voisinage pour évaluer la déformation. La taille de la jauge optique résultante (optical gauge length : cf. figure 1.11) dépend du nombre de points pris en compte (filter) et de la taille du pas (step).

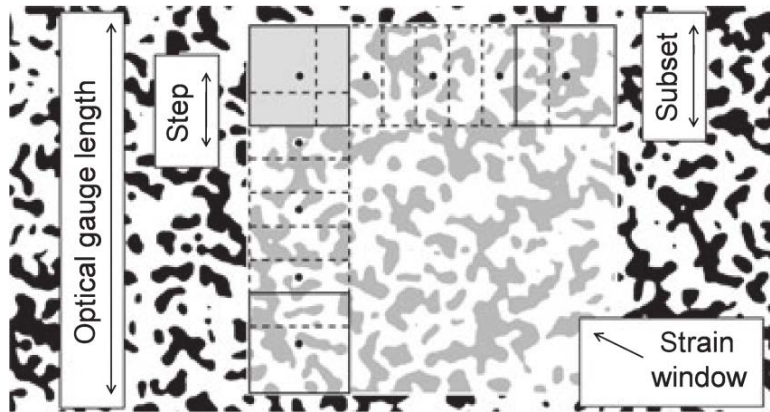


FIGURE 1.11 – Le calcul du champ de déformation se fait à partir des mesures de déplacements réalisées dans une zone couvrant plusieurs subsets (imassettes). La taille de la jauge optique résulte du choix du nombre de points considérés et de la taille du subset (Source : [Ramault et al., 2011])

Comme indiqué précédemment, l'intérêt majeur de cette approche « subset based » de la CIN réside dans le fait qu'elle est peu gourmande (pour de petites ZOI), et de plus, facilement parallélisable (on peut traiter de grandes images). Avec les moyens informatiques modernes, l'extension à la tomographie n'est donc plus un problème. On parle alors de Corrélation Volumique. Bay et al. [1999] ont ainsi mesurés des déplacements 3D volumiques dans des os à partir d'images tomographiques (les images sont maintenant composées de Voxels, la description volumique du Pixel). D'autres auteurs, tels que [Franck et al., 2007], ont ensuite étendus la méthode en utilisant un champ de déplacement polynomial par morceau.

2.2 Un formalisme unifié : la CIN globale

Depuis le début des années 2000, de nombreux mécaniciens ont proposé des variantes de la CIN qui se distinguent principalement par l'étendue de la région dans laquelle on décrit la cinématique permettant le « recalage » des images. L'idée est d'écrire le problème de minimisation (1.2) dans l'ensemble de la ROI (et non plus seulement par morceaux, i.e., dans chaque ZOI indépendamment), et donc d'utiliser un champ de déplacement défini dans toute cette région. L'intérêt est de forcer *a priori* une certaine régularité du champ de déplacement plutôt que de tenter de filtrer *a posteriori* un déplacement obtenu par morceau. Ce dernier peut par exemple être défini de sorte à être continu [Cheng et al., 2002; Roux et al., 2002; Sun et al., 2005; Besnard et al., 2006], continument dérivable [Cheng et al., 2002; Roux et al., 2002; Mortazavi et al., 2014], voire de sorte à respecter les équations de la mécanique [Roux and Hild, 2006; Leclerc et al., 2009]. Par opposition aux approches usuelles « subset based » (considérant un voisinage local), cette classe d'approche a été qualifiée de globale. En dehors de ce changement de zone dans laquelle le problème est

écrit, le problème reste sensiblement identique. On doit à [Besnard et al., 2006] le formalisme présenté ci-après, ce dernier permettant d'unifier les approches proposées jusqu'à ce jour. L'hypothèse de départ est toujours la conservation des niveaux de gris issue de l'écriture du flot optique [Horn and Schunck, 1981]. On cherche ainsi à minimiser η^2 :

$$\eta^2(\mathbf{u}) = \int_{\Omega} [f(\mathbf{x}) - g(\mathbf{x} + u(\mathbf{x}))]^2 d\mathbf{x} \quad (1.3)$$

mais où Ω représente soit une zone limitée dans la région d'intérêt ($\Omega \mapsto \text{ZOI}$), soit l'ensemble de la ROI ($\Omega \mapsto \text{ROI}$). Le problème étant toujours mal posé, une idée consiste alors à se donner la forme du champ de déplacement dans la région considérée. Besnard et al. [2006] proposent de décomposer le champ de déplacement sur une base prédéfinie :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \sum q_i \mathbf{N}_i(\mathbf{x}) \quad (1.4)$$

où les $\mathbf{N}_i(\mathbf{x})$ représentent les fonctions d'interpolation et q_i les degrés de libertés associés.

Une grande liberté est ainsi offerte au mécanicien pour l'interpolation du champ de déplacement. Depuis leur genèse, les approches « subset based » s'appuient souvent sur une interpolation polynomiale [Lucas and Kanade, 1981; Sutton et al., 1983, 1986]. Toutefois, de nombreuses alternatives ont été proposées. On peut essayer d'imposer *a priori* la continuité du champ de déplacement et de la déformation dans toute la ROI. Ainsi Roux et al. [2002]; Mortazavi et al. [2013] et Mortazavi et al. [2014] proposent, respectivement en 2D et en 3D, d'utiliser des séries de Fourier. D'autres cherchent à utiliser les outils développés pour la conception assistée par ordinateur (CAO). Ainsi, Cheng et al. [2002] en 2D, et Elguedj et al. [2010] en 3D conduisent la CIN avec des B-splines rationnelles non uniformes (NURBS). Il peut parfois même être tentant de régulariser encore plus le problème. On peut par exemple imposer que le champ de déplacement recherché soit solution d'un problème de mécanique résolu de manière numérique [Leclerc et al., 2009; Blaysat et al., 2014], voire analytique. En effet, pour quelques problèmes, une décomposition du champ de déplacement sous forme analytique est possible. Hild et al. [2011] proposent ainsi d'utiliser une cinématique de type poutre pour analyser la flexion d'une poutre console dans le domaine du Génie Civil. Roux and Hild [2006] mesurent quant à eux des facteurs d'intensités de contraintes directement par CIN en intégrant des fonctions d'interpolation dépendant de ces facteurs (CIN intégrée). Par la suite, on s'intéresse à une approche plus souple introduite par [Sun et al., 2005] et [Besnard et al., 2006].

On souhaite en effet parfois garder une grande latitude en terme de cinématique, tout en imposant quand même la continuité du déplacement. Une approche intéressante peut alors consister à s'appuyer sur les outils développés par les mécaniciens des solides pour la simulation numérique. Sun et al. [2005] ou Besnard et al. [2006] proposent ainsi de décomposer le champ de déplacement sur une base éléments finis : on parlera de CIN-EF. Pour traiter des problèmes de discontinuités, tels que la fissuration, la CIN peut aussi profiter du concept d'éléments finis étendus (X-FEM) [Réthoré et al., 2007, 2008b] (voir la figure 1.12). Le principal défaut de ce type d'approches est le temps de calcul nécessaire. Pour y remédier, tout en conservant les bonnes propriétés de la CIN-EF, Passieux and Périé [2012] proposent de tirer partie des approches basées sur la séparation des variables (Proper Generalized Decomposition, PGD). Ce type d'approche prend véritablement tout son sens en 3D, Gomes Perini et al. [2014].

Une fois le champ de déplacement décomposé sous la forme choisie (cf. équation (1.4)), le problème de corrélation se ramène alors à la résolution d'un système d'équations linéaires où les inconnues sont les degrés de liberté (déplacements nodaux pour la CIN-EF). On notera que la méthode d'interpolation (e.g., éléments finis) permet toutefois d'obtenir le déplacement partout (i.e., à l'intérieur de tous les éléments pour la CIN-EF). La continuité imposée par la description choisie apporte un gain en terme d'incertitude de mesure [Hild and Roux, 2012]. Cela peut donc également générer un gain sur les incertitudes relatives aux paramètres constitutifs issus d'une méthode d'identification [Leclerc et al., 2009].

Une approche de type intégrée, i.e., tirant plus partie de la mécanique (MIC, voir le chapitre 2 Identification de paramètres constitutifs à partir de corrélation d'images) permettrait de mesurer un champ de

déplacement et d'identifier des paramètres élastiques en même temps [Leclerc et al., 2009; Réthoré, 2010]. Toutefois, nous souhaitons également accéder à des mesures de gradients locaux bien résolues sans aide mécanique (i.e., sans connaître *a priori* le comportement). Par la suite, nous choisissons donc de développer une approche CIN-EF pour toutes les raisons évoquées ci-dessus (incertitudes de mesures plus faibles qu'une «méthode subset» based, dialogue avec les outils de simulation, indépendance par rapport au modèle). Ci-après, on précise le principe de la mesure, on montre comment le bruit présent dans l'image se propage, et on liste les différentes incertitudes de mesure attendues. Enfin, la méthode et ses performances seront illustrées dans un cas unidimensionnel.

2.3 Une formulation par éléments finis : la CIN-EF

Le problème décrit par l'équation (1.3) est un problème mal posé non-linéaire. Pour pouvoir le résoudre numériquement, la méthode itérative de Newton est appliquée. On cherche à trouver $\delta u = u^{i+1} - u^i$ qui représente la différence entre le résultat du déplacement u^i (itération actuelle) et celui de u^{i+1} (itération suivante) :

$$\eta^2 = \int_{\Omega} [g(\mathbf{x} + \mathbf{u}^i + \delta \mathbf{u}) - f(\mathbf{x})]^2 d\mathbf{x} \quad (1.5)$$

En supposant qu'il s'agit de petits déplacements le premier terme est linéarisé à l'aide d'un développement de Taylor du premier ordre :

$$\eta^2 \approx \int_{\Omega} [g(\mathbf{x} + \mathbf{u}^i) + \delta \mathbf{u} \cdot \nabla g(\mathbf{x} + \mathbf{u}^i) - f(\mathbf{x})]^2 d\mathbf{x} \quad (1.6)$$

En admettant que le déplacement est continu sur tout le domaine Ω , il est possible de décomposer le déplacement en choisissant pour les $\mathbf{N}_i(\mathbf{x})$ des fonctions de base éléments finis :

$$\delta \mathbf{u}(\mathbf{x}) = \sum q_i \mathbf{N}_i(\mathbf{x}) \quad (1.7)$$

où $\mathbf{N}_i(\mathbf{x})$ représente les fonctions de forme éléments finis et q_i les déplacements nodaux.

Pour éviter de recalculer $\nabla g(\mathbf{x} + \mathbf{u}^i)$ à chaque itération, $\nabla g(\mathbf{x} + \mathbf{u}^i)$ est souvent remplacé par $\nabla f(\mathbf{x})$ [Besnard et al., 2006]. En effet, à convergence, on peut dire que $f(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x} + \mathbf{u})$ et donc que $\nabla f(\mathbf{x}) = \nabla g(\mathbf{x} + \mathbf{u})$.

$$\eta^2 \approx \int_{\Omega} (g(\mathbf{x} + \mathbf{u}^i) - f(\mathbf{x}) + \nabla f(\mathbf{x}) \cdot \sum q_i \mathbf{N}_i(\mathbf{x}))^2 d\mathbf{x} \quad (1.8)$$

Pour calculer itérativement le déplacement, la formulation de la corrélation d'images numériques à base des éléments finis (CIN-EF), équation (1.8), s'écrit de la manière suivante (voir aussi les équations 1.28 et 1.29) :

$$[\mathbf{M}_{DIC}] \{d\mathbf{U}\} = \{\mathbf{b}_{DIC}\} \quad (1.9)$$

avec $[\mathbf{M}_{DIC}]$ la matrice de corrélation, $\{d\mathbf{U}\}$ les déplacements nodaux et $\{\mathbf{b}_{DIC}\}$ le vecteur second membre.

$$[\mathbf{M}_{DIC}] = [\mathbf{N}]^T [\nabla \mathbf{F}]^T [\nabla \mathbf{F}] [\mathbf{N}] \quad (1.10)$$

$$\{\mathbf{b}_{DIC}\} = [\mathbf{N}]^T [\nabla \mathbf{F}] \{\mathbf{F} - \mathbf{G}\} \quad (1.11)$$

À la première itération, l'hypothèse de petits déplacements peut ne pas avoir de sens. L'approche «multi-grid» (illustrée sur la figure 1.12), proposé par Roux and Hild [2006] rend l'algorithme de la CIN plus robuste. Il évite la convergence dans des minimums locaux en créant des images intermédiaires sur le principe du «binning». L'idée est de réaliser des mesures moins résolues sur une image dans laquelle les hautes fréquences sont retirées afin d'initialiser le calcul pour une image un peu plus raffinée. Dans un premier temps,

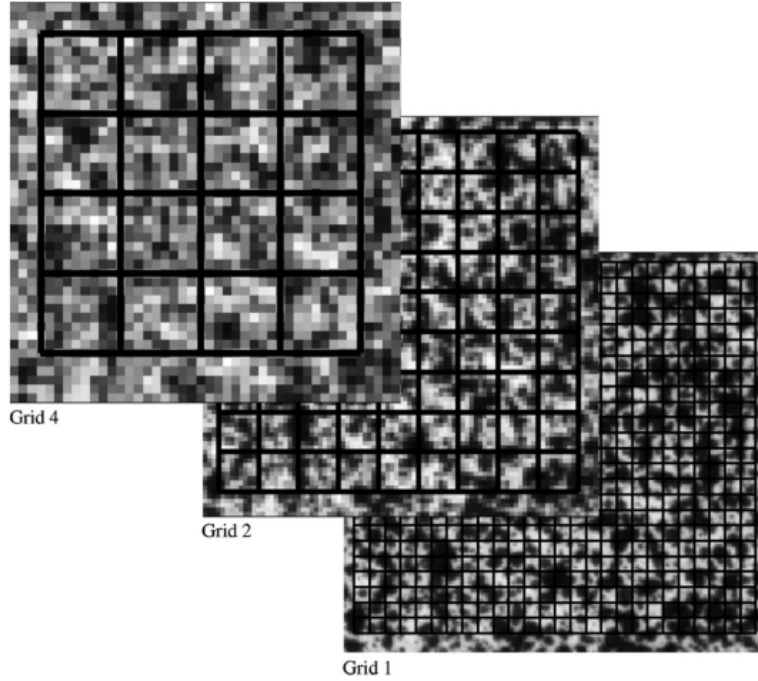


FIGURE 1.12 – Principe du solveur «multi-grid» conçu pour éviter des minimums locaux : il associe un coarse graining (aggrégation de pixels) et une approche de mesure multigrille [Besnard et al., 2006]. Cette figure est issue de Réthoré et al. [2007]

on peut créer des images dérafinées par «coarse graining» : le niveau de gris d'un pixel d'une image intermédiaire « k » représente la moyenne sur quatre pixels des niveaux de gris de l'image « $k - 1$ » (aggrégation). Ensuite, une mesure de champ peut être faite à l'aide d'un maillage plus grossier. Enfin, les déplacements obtenus sont extrapolés aux nœuds du maillage plus fin utilisé pour l'image suivante.

2.4 L'influence du bruit d'image

Une fois le formalisme précédent introduit, il est possible d'étudier, *a priori*, l'influence du bruit. Ce qui suit est inspiré de [Réthoré, 2010]. On se propose de tester l'influence du bruit du capteur d'image sur le champ de déplacement [Réthoré et al., 2008a]. On applique un bruit blanc d'écart type de 1 niveau de gris et de moyenne nulle sur chaque pixel. Au lieu d'appliquer le bruit sur l'image $f(\mathbf{x})$ et $g(\mathbf{x})$, il double la quantité du bruit et l'applique uniquement à l'image déformée $g(\mathbf{x})$. La propagation du bruit sur le déplacement crée un bruit de moyenne nulle mais qui est spatialement corrélé. Dans ce cas, la matrice de corrélation \mathbf{M}_{DIC} est liée à l'inverse de la matrice de covariance $[\mathbf{C}]$. On peut donc voir $\mathbf{C} = \mathbf{M}_{DIC}^{-1}$ comme un indicateur de confiance dans la mesure de chaque degré de liberté. Par la suite, l'influence du bruit d'image sur une CIN de type éléments finis est montré en s'inspirant de [Réthoré, 2010].

Le bruit blanc de variance σ^2 est donc uniquement appliqué à l'image \mathbf{G} . L'image peut se décomposer en $\{\mathbf{G}\} = \{\mathbf{G}^\circ\} + \{\delta\mathbf{G}\}$ avec $\{\mathbf{G}^\circ\}$ l'image déformée sans bruit et $\{\delta\mathbf{G}\}$ le vecteur qui contient uniquement le bruit. Les propriétés du bruit sont donc :

$$\langle \{\delta\mathbf{G}\} \rangle = 0 \quad (1.12)$$

$$\langle \{\delta\mathbf{G}\} \{\delta\mathbf{G}\}^T \rangle = 2[\mathbf{I}]\sigma^2 \quad (1.13)$$

avec $\langle \rangle$ la moyenne et $[\mathbf{I}]$ la matrice identité de dimension m (m = nombre de pixels). La matrice de covariance $\{\delta\mathbf{G}\} \{\delta\mathbf{G}\}^T$ montre bien qu'il s'agit d'un bruit qui n'est pas corrélé spatialement ($\text{Cov}(\delta\mathbf{G}_i, \delta\mathbf{G}_j) =$

0 signifie que les deux valeurs concernées ($\delta \mathbf{G}_i$ et $\delta \mathbf{G}_j$) ne «co-varient» pas ensemble). Maintenant si on remplace $\{d\mathbf{U}\}$ de l'équation (1.9) par $\{d\mathbf{U}\} = \{d\mathbf{U}^o\} + \{\delta\mathbf{U}\}$, où $\{d\mathbf{U}\}$ représente le déplacement nodal estimé à chaque itération, $\{d\mathbf{U}^o\}$ le déplacement sans bruit et $\{\delta\mathbf{U}\}$ uniquement le déplacement dû au bruit, et $\{\mathbf{G}\}$ de l'équation (1.11) par $\{\mathbf{G}\} = \{\mathbf{G}^o\} + \{\delta\mathbf{G}\}$ on obtient entre autres :

$$\{\delta\mathbf{U}\} = [\mathbf{M}_{DIC}]^{-1} [\mathbf{N}]^T [\nabla \mathbf{F}] \{\delta\mathbf{G}\} \quad (1.14)$$

avec ses propriétés :

$$\langle \{\delta\mathbf{U}\} \rangle = 0 \quad (1.15)$$

$$\langle \{\delta\mathbf{U}\} \{\delta\mathbf{U}\}^T \rangle = 2[\mathbf{M}_{DIC}]^{-1} \sigma^2 \quad (1.16)$$

avec $[\mathbf{M}_{DIC}]^{-1}$ l'inverse de la matrice de corrélation $[\mathbf{C}]$ de dimension n (n = nombre de degrés de liberté). Le bruit associé au déplacement n'est donc plus un bruit blanc, mais bien un bruit spatialement corrélé. Il dépend, entre autres, de la texture de l'image autour de chaque nœud.

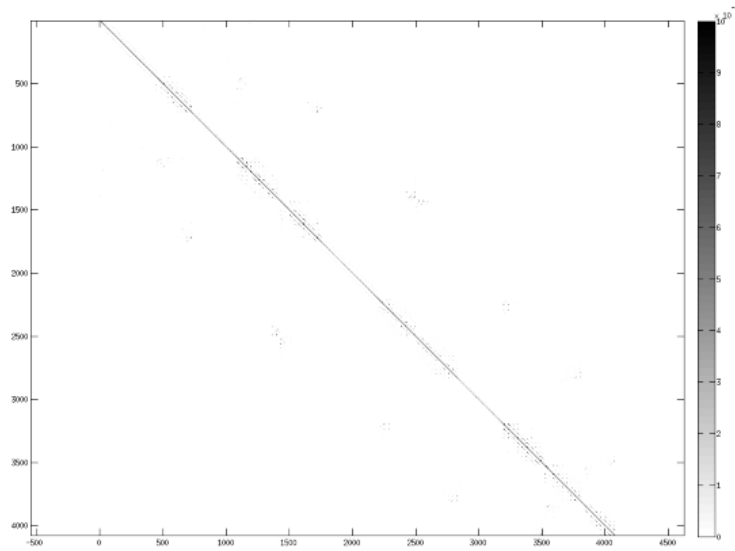


FIGURE 1.13 – La matrice $[\mathbf{C}]$ ressemble à une matrice bande. Les valeurs non nulles de $[\mathbf{C}]$ sont représentées en noir.

Par construction, la matrice \mathbf{M}_{DIC} est symétrique et elle ressemble à une matrice de masse éléments finis, dans laquelle la densité est remplacée (en quelque sorte) par le carré du gradient de l'image de référence. On peut montrer que si le gradient de l'image est suffisant, cette matrice est également définie positive [Fedele et al., 2013]. La figure 1.13 montre de plus que cette matrice est (très) creuse grâce à la propriété de localité des éléments finis. Le système qui en résulte est symétrique défini positif et creux. Sa factorisation est donc peu coûteuse et faite une fois pour toute. A chaque itération, on se contente simplement de faire une montée descente de systèmes triangulaires. Au chapitre *Identification* à la section 2.3, la figure 2.3 montre la répartition de la confiance $\|\mathbf{C}_{ik}\|$ d'une mesure CIN-EF sur son maillage.

2.5 Les incertitudes de mesure

Comme évoqué auparavant, les mesures à partir de la corrélation d'images sont toujours entachées d'erreur. Pour pouvoir caractériser la performance de la mesure, un des moyens consiste à utiliser des images

pour lesquelles le champ de déplacement est connu. Il est ainsi possible de comparer les résultats de la mesure par CIN au champ de référence [Schreier and Sutton, 2002]. Dans ce cadre-là, le plus classique est d'imposer numériquement des déplacements de type translation sub-pixel aux images, ce qui permet d'estimer l'erreur ultime (erreur en translation, due principalement aux erreurs d'interpolation et au bruit d'image) [Bornert et al., 2009]. Pour cela, on utilise l'image de référence f et on génère une série d'images g translatées par un déplacement sub-pixel imposé u_{imp} . La CIN-EF est ensuite appliquée au couple d'images (f, g) et le champ de déplacement correspondant au maillage sélectionné $u_{est}(x)$ est mesuré. Les erreurs de mesures sont caractérisées par deux indicateurs statistiques : l'erreur systématique, $\Delta \mathbf{u} = \| \langle \mathbf{u}_{est} \rangle - \mathbf{u}_{imp} \|$, et l'erreur aléatoire $\sigma_u = \sqrt{\| \mathbf{u}_{est} - \langle \mathbf{u}_{est} \rangle \|^2} >^{\frac{1}{2}}$. Les parenthèses $\langle \cdot \rangle$ signifient la moyenne arithmétique et $\| \cdot \|$ la norme L_2 .

Afin d'évaluer les incertitudes de mesure dues au bruit d'image et caractérisant un minorant des erreurs du champ de déplacement mesuré par la CIN, les images peuvent être bruitées avec un bruit gaussien de moyenne nulle et d'écart-type donné (en niveau de gris). On mesure alors le champ de déplacement entre l'image de référence et les images bruitées (les incertitudes dépendent alors fortement de la résolution spatiale (i.e. le nombre de pixels par élément) et sont habituellement exprimées en pixels).

2.5.1 L'erreur de modèle

Elle correspond à l'erreur d'interpolation (sous entendu, du champ cinématique) proposée dans le "jargon" de la mécanique numérique [Réthoré et al., 2010a]. Au niveau de la mesure, elle résulte uniquement de la distance entre un champ de déplacement analytique non constant et connu et sa projection dans le sous-espace d'approximation des éléments finis \mathcal{U}^h . Aucune CIN n'est donc réalisée à ce stade contrairement à la terminologie «erreur de modèle» (mismatch error) proposée par [Bornert et al., 2009]. Un champ de déplacement analytique $\mathbf{u}_{analytique}$ sert par exemple ici de référence. Sa projection dans le sous-espace d'approximation est calculé au sens des moindres carrés :

$$\mathbf{u}_{proj} = \argmin_{\mathbf{u} \in \mathcal{U}^h} \int_{\Omega} (\mathbf{u}_{analytique} - \mathbf{u})^2 d\mathbf{x} \quad (1.17)$$

ce qui nécessite uniquement la résolution d'un système linéaire dont l'opérateur est la matrice de masse $[M]$ éléments finis. L'erreur de modèle est donc estimée de manière suivante :

$$\sigma^{mod} = \sigma(\mathbf{u}_{proj} - \mathbf{u}_{analytique}) \quad (1.18)$$

avec $\sigma(x)$ l'écart-type de la variable x .

2.5.2 L'erreur ultime

Une simple translation de corps rigide le long de l'axe x est imposée à l'image de référence, ici par un décalage dans l'espace de Fourier [Besnard et al., 2006; Bornert et al., 2009]. Un tel champ de déplacement appartient au sous-espace d'approximation éléments finis \mathcal{U}^h . L'erreur ultime ne contient donc pas d'erreur de projection comme décrit dans le paragraphe précédent («L'erreur de modèle»). La translation $\mathbf{u}_{imposé}$ suivant x du déplacement est de $0.5px$. En effet, d'après Amiot et al. [2013] cette valeur permet de maximiser l'incertitude standard dans le cas d'images sans bruit. La mesure CIN-EF donne une carte de déplacement inexacte $\mathbf{u}_{mesuré}$ qui est utilisée pour estimer l'erreur ultime de la manière suivante :

$$\sigma^{ult} = \sigma(\mathbf{u}_{mesuré} - \mathbf{u}_{imposé}) \quad (1.19)$$

2.5.3 L'erreur totale

Un champ de déplacement analytique (éventuellement à contenu mécanique) $\mathbf{u}_{analytique}$ est ici imposé à l'image de référence. Le déplacement mesuré $\mathbf{u}_{mesuré}$ entre ces images synthétiques est obtenu avec

la CIN-EF. L'erreur totale est ensuite calculée :

$$\sigma^{tot} = \sigma(\mathbf{u}_{mesuré} - \mathbf{u}_{analytique}) \quad (1.20)$$

Cette quantité qui mesure l'erreur exacte entre les champs de déplacement mesurés et ceux de référence (analytiques), prend en compte les deux sources d'erreurs : l'erreur de modèle et l'erreur ultime.

3 Illustration de la CIN dans un cas unidimensionnel

Afin de mieux comprendre le fonctionnement de la CIN-EF et la démarche proposée dans cette thèse, sa mise en œuvre est détaillée en 1D ci après.

3.1 Implantation

Supposons un champ de déplacement 1D, ici horizontal. On s'intéresse à une ligne de pixels parallèle à ce déplacement. L'image de référence $f(\mathbf{x})$ exploitée ci-après est présentée en figure 1.14. L'image déformée $g(\mathbf{x})$ est quant à elle obtenue par interpolation de l'image de référence. Elle est présentée sur la même figure.

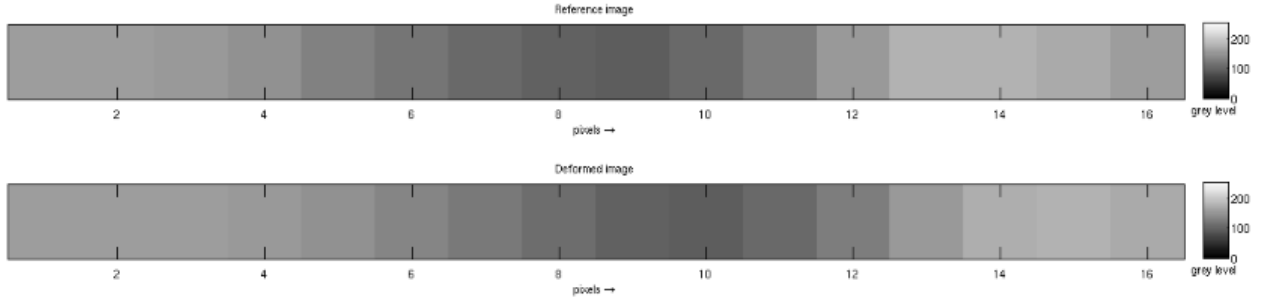


FIGURE 1.14 – Images 1D. En haut : l'image de référence $f(\mathbf{x})$. En bas : l'image déformée $g(\mathbf{x})$. Ici, déplacement de corps rigide de $1px$ illustré sur les premiers $16px$ des images.

Pour le 1D, en utilisant des éléments barres linéaires de longueur l , les fonctions de forme s'écrivent sous forme :

$$\varphi_n = \left(1 - \frac{x - x_n}{l}\right); \quad \varphi_{n+1} = \left(\frac{x - x_n}{l}\right) \quad (1.21)$$

Pour un élément "e" à deux noeuds, n et $n+1$, le déplacement s'écrit sous la forme :

$$\delta u(x) = a_n \varphi_n(x) + a_{n+1} \varphi_{n+1}(x) \quad (1.22)$$

Lorsque l'on injecte cette décomposition dans 1.8, on obtient :

$$\eta^2 \approx \int_{\Omega_e} \left(g(\mathbf{x} + \mathbf{u}^i) - f(\mathbf{x}) + \nabla f(\mathbf{x}) \cdot (a_n \varphi_n + a_{n+1} \varphi_{n+1}) \right)^2 dx \quad (1.23)$$

Par la suite, pour simplifier les écritures, $f(\mathbf{x})$, $\nabla f(\mathbf{x})$ et $g(\mathbf{x} + \mathbf{u}^i)$ sont respectivement remplacé par f , ∇f et g_u .

$$\eta^2 \approx \int_{\Omega_e} (g_u - f + \nabla f \cdot (a_n \varphi_n + a_{n+1} \varphi_{n+1}))^2 dx \quad (1.24)$$

Pour trouver le minimum de η^2 , on dérive par rapport à a_n et a_{n+1} et on écrit la stationnarité :

$$\frac{\partial \eta^2}{\partial a_n} = \int_{\Omega_e} [2 \cdot (g_u - f + \nabla f \cdot (a_n \varphi_n + a_{n+1} \varphi_{n+1})) \cdot \nabla f \varphi_n] dx = 0 \quad (1.25)$$

$$\frac{\partial \eta^2}{\partial a_{n+1}} = \int_{\Omega_e} [2 \cdot (g_u - f + \nabla f \cdot (a_n \varphi_n + a_{n+1} \varphi_{n+1})) \cdot \nabla f \varphi_{n+1}] dx = 0 \quad (1.26)$$

La minimisation conduit au système d'équations suivant :

$$\begin{cases} a_n \cdot \int_{\Omega_e} \varphi_n^2 \nabla f^2 & + a_{n+1} \cdot \int_{\Omega_e} \varphi_n \varphi_{n+1} \nabla f^2 & = \int_{\Omega_e} (f - g_u) \varphi_n \nabla f \\ a_n \cdot \int_{\Omega_e} \varphi_n \varphi_{n+1} \nabla f^2 & + a_{n+1} \cdot \int_{\Omega_e} \varphi_{n+1}^2 \nabla f^2 & = \int_{\Omega_e} (f - g_u) \varphi_{n+1} \nabla f \end{cases} \quad (1.27)$$

qui peut se mettre sous forme : $[M]^e \cdot \delta a = b^e$ avec :

$$M_{n,n+1}^e = \int_{\Omega_e} \varphi_n \varphi_{n+1} \nabla f^2 dx \quad (1.28)$$

$$b_n^e = \int_{\Omega_e} (f - g_u) \varphi_n \nabla f dx \quad (1.29)$$

Pour obtenir le système global il convient alors d'assembler les formulations élémentaires. La matrice globale $[M]$ est ainsi simplement obtenue en assemblant les matrices élémentaires $[M]^e$. De la même manière, le vecteur second membre \mathbf{b} est formé en assemblant les vecteurs élémentaires \mathbf{b}^e . Au final, le problème à résoudre se présente sous la forme :

$$\begin{bmatrix} M_{11}^1 & M_{12}^1 & 0 & \cdots & 0 \\ M_{21}^1 & M_{22}^1 + M_{11}^2 & M_{12}^2 & & 0 \\ 0 & M_{21}^2 & M_{22}^2 + M_{12}^3 & & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & M_{22}^n \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1^1 \\ b_2^1 + b_1^2 \\ b_2^2 + b_1^3 \\ \vdots \\ b_2^n \end{pmatrix} \quad (1.30)$$

A chaque itération i ce système est résolu. On obtient ainsi $\delta \mathbf{u}$ qui est rajouté à \mathbf{u}^i pour obtenir le déplacement \mathbf{u}^{i+1} de l'itération suivante. Le calcul est interrompu si le critère de convergence est satisfait. Dans notre cas, le critère de convergence est atteint si $\delta \mathbf{u} / \mathbf{u}^i < 1 \cdot 10^{-5}$ où \mathbf{u}^i est la somme des déplacements de toutes les itérations précédentes.

3.2 Illustration dans un cas 1D

3.2.1 Présentation de l'algorithme

Un algorithme correspondant à la présente implantation est proposé en Figure 1.15.

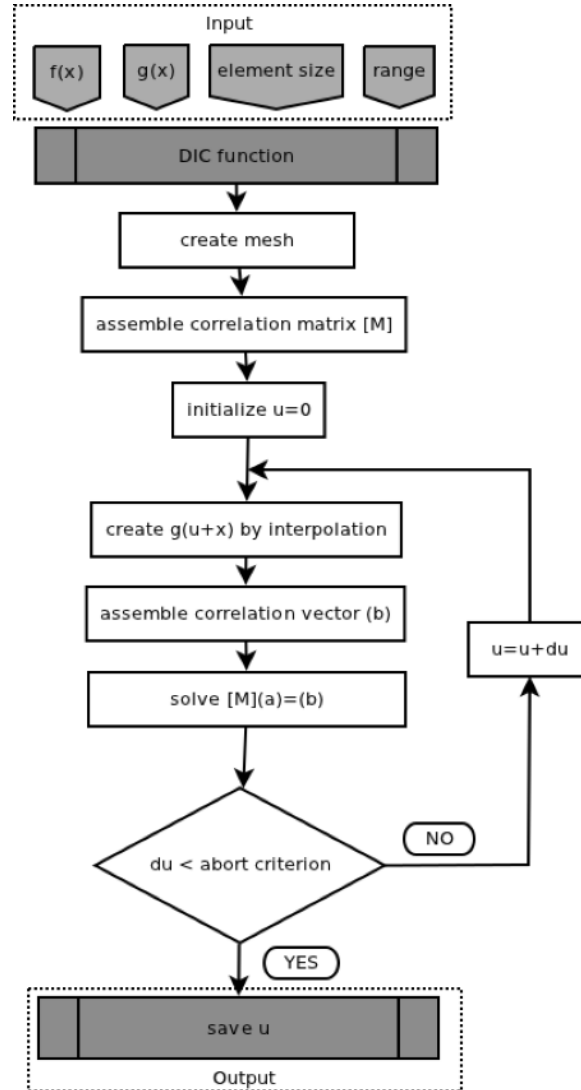


FIGURE 1.15 – Organigramme du code 1D de la CIN

Les matrices de corrélation élémentaires sont calculées par intégration aux pixels. Elles sont ensuite assemblées (voir l'équation 1.30) pour former la matrice globale \mathbf{M}_{DIC} . Cette matrice est calculée une fois pour toutes les itérations. Le champ de déplacement est initialisé (par exemple par FFT ou par une approche multigrille Besnard et al. [2006]). Cette estimation initiale, est corrigée itérativement. Pour se faire, l'image $g(\mathbf{x})$ est advectée de l'estimation courante du déplacement par interpolation de type "spline". Le second membre \mathbf{b}_{DIC} peut être, à son tour assemblé. Chaque correction $d\mathbf{u}$ du problème (1.9) est ajoutée à l'estimation courante. Un critère de convergence ($d\mathbf{u}/\mathbf{u}^i < 1 \cdot 10^{-5}$) est testé après chaque itération pour pouvoir arrêter le calcul. Si la correction $d\mathbf{u}$ est suffisamment petite, comparée à l'estimation courante du déplacement.

3.2.2 Mise en œuvre à partir de données synthétiques

La texture de l'image $f(\mathbf{x})$ est créée à partir d'un bruit de Perlin [Perlin, 1985]. L'image $g(\mathbf{x})$ est quant à elle synthétisée à partir de $f(\mathbf{x})$ avec un déplacement imposé. L'image de référence est maillée de manière régulière avec une taille d'éléments et une région (ROI) donnée. Pour illustrer le propos, les images 1D présentées ci-après, sont créées par extraction d'une ligne d'une image 2D de 110 x 10.000 px . L'image montre la texture d'un bruit de Perlin avec une dynamique de 256 niveaux de gris (8bit). La texture du bruit de Perlin ressemble au mouchetis déposé à l'aérosol ou à l'aérographe. L'image ne contient pas de bruit de type "bruit de capteur" (hormis le bruit de quantification de 0,4NG qui apparaît automatiquement sur une image codée en 256NG [Amiot et al., 2013]). L'image 1D déformée est générée par le transport de l'image de référence $f(\mathbf{x})$ par une translation rigide de 0,5 px . Pour cet exemple, la ROI s'étend de 100 à 9800 px dans une image de 9900 px . Le maillage est constitué d'éléments 1D linéaires avec une résolution spatiale de 16 px par élément.

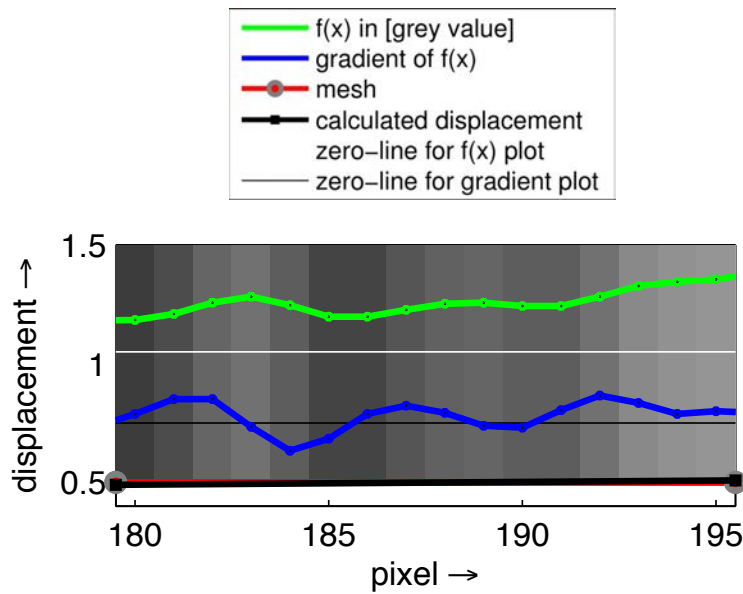


FIGURE 1.16 – Zoom sur un élément de 16 px (en rouge). L'arrière plan montre l'image $f(\mathbf{x})$. En vert la fonction $f(\mathbf{x})$ en [niveau de gris], en bleu, sa dérivé $\nabla f(\mathbf{x})$ et en noir, le déplacement calculé en [px].

La figure 1.16 montre les fonctions discrètes $f(\mathbf{x})$ et $\nabla f(\mathbf{x})$ (calculé par différences finie entre 2 pixels voisins) en 1D devant leur texture. L'équation (1.29) montre bien que la CIN se base sur le gradient de l'image. Un faible gradient d'image provoque une mauvaise estimation du déplacement. Cet effet peut être observé en figure 1.17 où le déplacement imposé est toujours de 0,5 px et son déplacement calculé est représenté en noir. Par exemple les déplacements nodaux aux endroits de 243,5 et 371,5 px montrent des dispersions plus importantes par rapport au reste. Dans ces zones le gradient d'image est plus faible (voir la courbe en bleu).

Pour notre exemple, la moyenne arithmétique mesurée pour 606 éléments de taille de 16 $px/\text{élément}$ est de 0,500046 px . L'erreur systématique de mesure est donc de $4,6 \cdot 10^{-5}$. L'écart-type ou l'erreur aléatoire relative aux 607 déplacements nodaux mesurés est de 0,0118 px . On note enfin une valeur minimale de 0,4585 px et une valeur maximale de 0,5468 px .

3.2.3 L'incertitude de mesure

En fonction du déplacement Maintenant il est intéressant de connaître le comportement de la méthode de mesure par rapport aux valeurs des déplacements de corps rigide imposés à $g(\mathbf{x})$ et à la taille d'élément

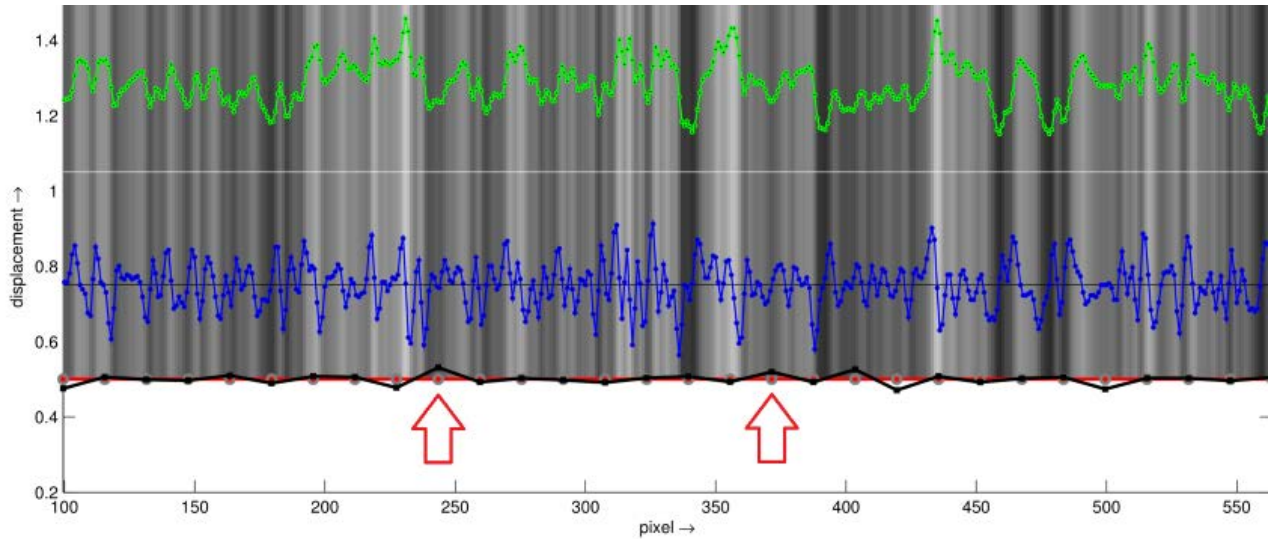


FIGURE 1.17 – Extrait de 19 éléments. On observe que les déplacements (en noir) dispersés ont des faibles gradients d'image (en bleu) dans leurs entourages. Par exemple les nœuds aux pixels 243,5 ou 371,5.

choisie. C'est-à-dire de voir comment varient les erreurs systématiques et aléatoires. Pour cela, une série d'images $g_i(\mathbf{x})$ est générée avec des déplacements compris entre -3 px et 3 px . La figure 1.18 montre que les erreurs systématique et aléatoire varie de manière périodique entre des déplacements en nombres entiers de pixel ce qui est bien connu dans la littérature. Par la suite on s'intéressera alors aux déplacements sous-pixel entre 0 et 1 px . Pour un déplacement inférieur à $-2,5 \text{ px}$ ou supérieur à $2,5 \text{ px}$ l'algorithme CIN ne converge plus et augmente par conséquent les erreurs de mesure de manière importante (voir figure 1.18). Cela est dû au fait que l'algorithme de corrélation d'images n'arrive plus à converger. Cet intervalle de 5 px s'élargit avec l'augmentation de la taille des éléments et diminue avec une diminution de taille. Concernant cet effet, [Besnard et al. \[2006\]](#) proposent une méthode multi-grille pour augmenter la robustesse de l'algorithme CIN, comme évoqué en amont et illustré en figure 1.12.

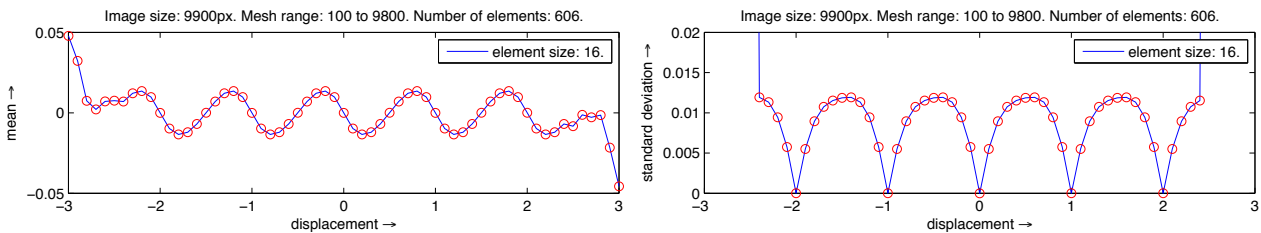


FIGURE 1.18 – Erreurs systématique et aléatoire pour des déplacements entre -3 et 3 px .

L'influence de la taille d'élément est visible en figure 1.19 pour l'erreur systématique et en figure 1.20 pour l'erreur aléatoire. L'image $f(\mathbf{x})$ a été transformée entre 0 et 1 px pour générer une série de 50 images $g_i(\mathbf{x})$. On retrouve les formes typiques en "S" et en "cloche" connues dans la littérature [[Amiot et al., 2013](#)]. L'ensemble des courbes sont illustrées dans les figures 1.21 (valeurs absolues).

Cet exemple montre que l'erreur systématique reste indépendante de la taille d'élément. Mais surtout que l'erreur aléatoire diminue avec le nombre de pixels par élément. Il semble donc préférable d'utiliser des grands éléments. En effet, cela régularise le problème. Plus il y a de pixels, plus l'erreur aléatoire est basse. Mais évidemment, plus la résolution spatiale est dégradée.

Il a été illustré que :

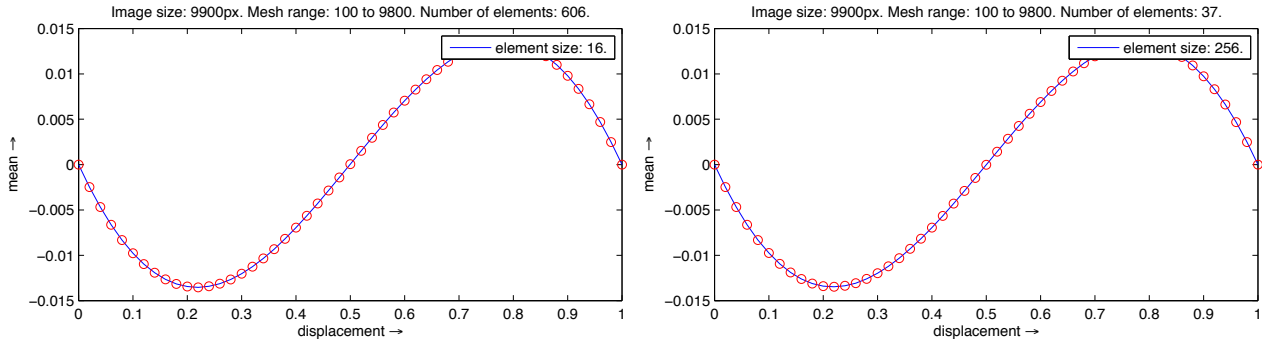


FIGURE 1.19 – Évolution de l'erreur systématique en fonction du déplacement sub-pixel de l'image. Erreur systématique mesurée avec un maillage de 16 et 256 *px/élément*.

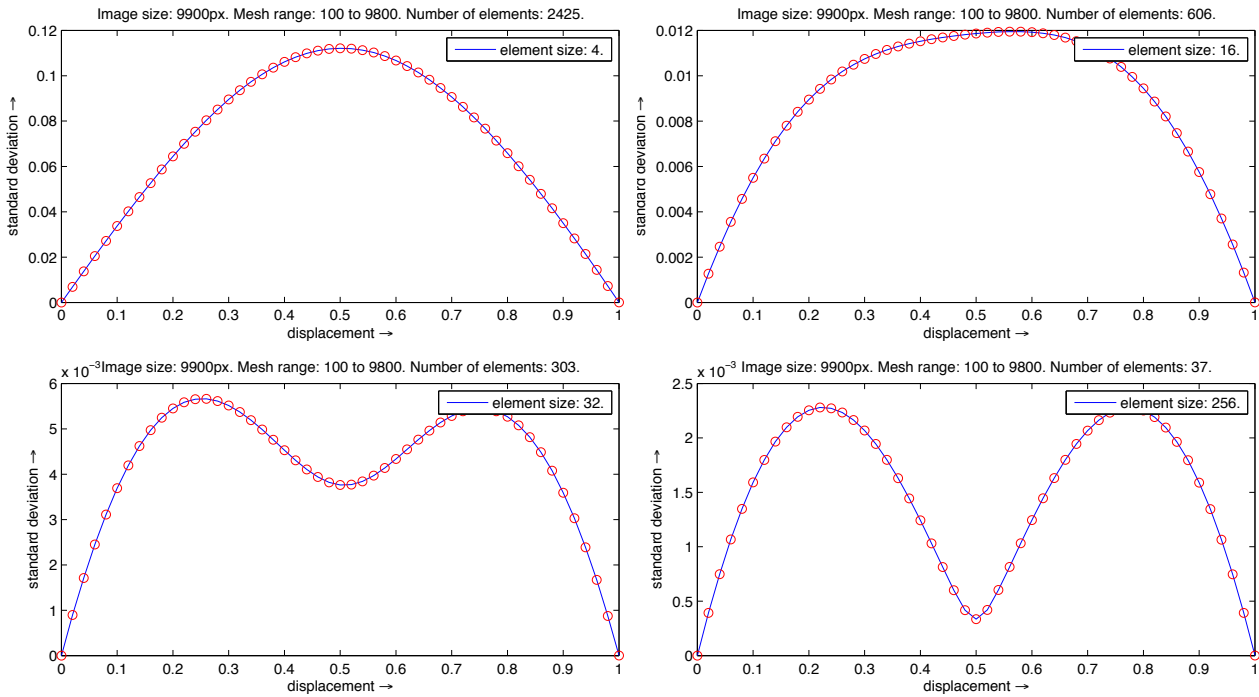


FIGURE 1.20 – Évolution de l'erreur aléatoire en fonction du déplacement sub-pixel de l'image. Erreur aléatoire mesurée avec un maillage de 4, 16, 32 et 256 *px/élément*.

■ Les incertitudes de mesure en erreur aléatoire diminuent avec l'augmentation de la taille de l'élément. L'erreur systématique reste indépendante de la taille de l'élément. Le comportement est donc le même que celui des méthodes CIN «subset-based» [Amiot et al., 2013].

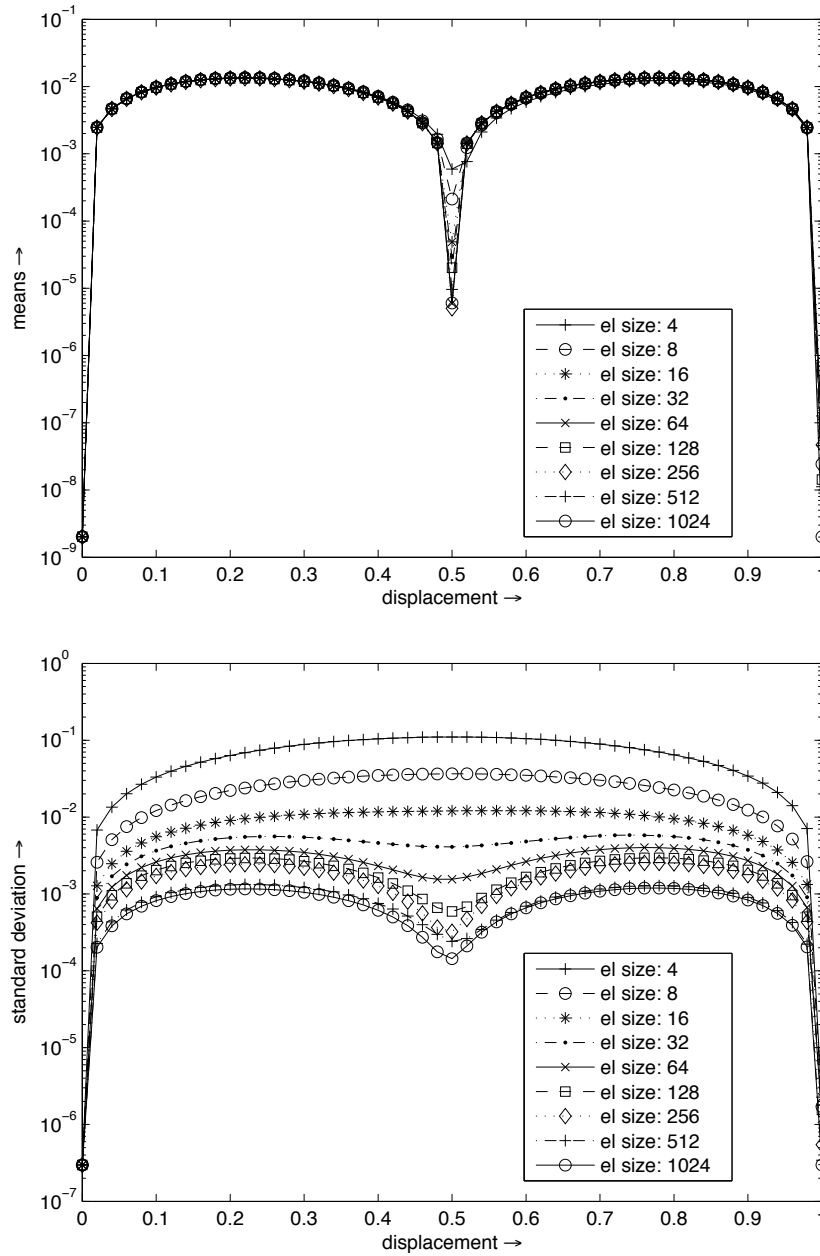


FIGURE 1.21 – Les erreurs de mesures en échelle logarithmique en fonction du déplacement sous-pixel et de la taille d'élément. En haut : valeur absolue de l'erreur systématique. En bas : erreur aléatoire.

En fonction du gradient de déplacement On observe que les incertitudes de mesure diminuent si la taille de l'élément augmente, dans le cas de déplacements (ou de champs de déplacements) homogènes, où une faible résolution spatiale est suffisante. Ceci peut ne pas être le cas pour un champ de déplacement hétérogène, nécessaire par exemple pour pouvoir identifier plusieurs paramètres d'une loi de comportement. L'exemple suivant n'impose plus à l'image des déplacements de type corps rigide mais un champ de déplacement qui varie dans l'espace. Le champ de déplacement est mesuré avec des maillages de taille d'éléments différents. La fonction du déplacement imposé que nous proposons est la suivante :

$$u(x) = \begin{cases} \exp(x^{10}) - 3 & x \in [0 ; 0,2 \cdot l] \\ 2 \cdot \sin(3\pi \cdot x^4 + \frac{3}{2} \cdot \pi) & x \in]0,2 \cdot l ; l] \end{cases} \quad \text{avec } l = \text{longueur d'image} \quad (1.31)$$

L'idée de cette fonction est de présenter des forts gradients de déplacement. La première partie, appliquée sur les premiers 20% de l'image, est un déplacement sous forme exponentielle. La deuxième partie est un sinus dont la fréquence augmente spatialement, ce qui présente des gradients de plus en plus importants avec des changements de plus en plus denses. Les deux parties présentent une discontinuité à l'endroit où elles sont reliées. Cette discontinuité de déplacement a un fort impact sur son gradient, voir figure 1.22.

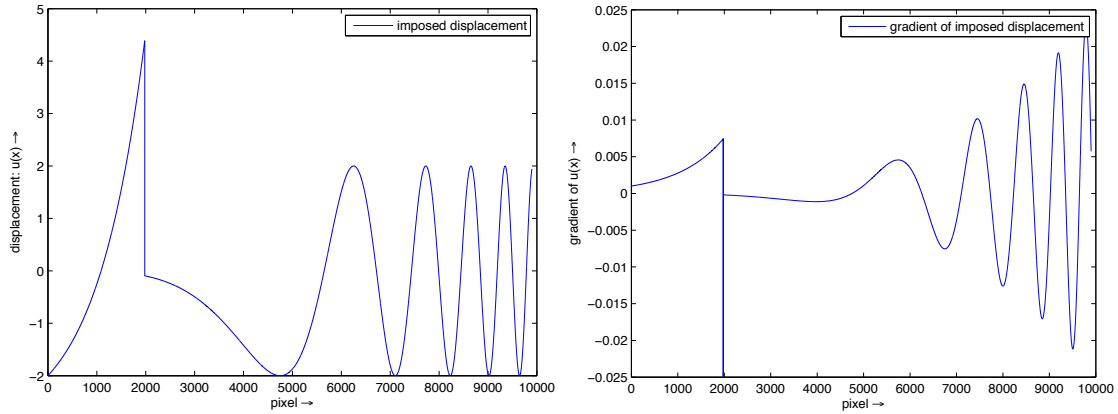


FIGURE 1.22 – Le déplacement imposé (à gauche) et son gradient (à droite).

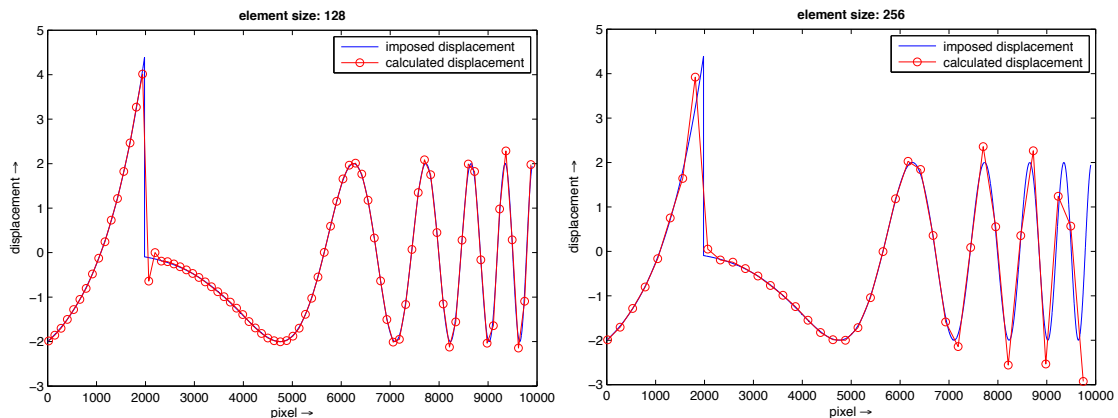


FIGURE 1.23 – Le déplacement imposé (bleu) et mesuré (rouge) avec un maillage régulier de 128 $px/élément$ (gauche) et 256 $px/élément$ (droite).

Les figures 1.23 et 1.24 montrent qu'une taille d'élément de 128 px est encore capable de suivre correctement la cinématique. Alors qu'à partir de 256 px par élément la résolution spatiale a bien diminué et le déplacement est estimé de moins en moins bien. La figure 1.25 montre les résidus $\eta = u_{imp} - u_{mes}$ pour différentes tailles d'éléments sur toute l'image. En regardant attentivement la partie où se trouve la discontinuité (cette fois-ci en valeurs absolues, voir la figure 1.26 à gauche), on constate également que les résidus sont très importants à cet endroit mais aussi que, dû à leur discrétisation de plus en plus faible, la zone impactée par l'erreur de mesure, est de plus en plus grande. Le zoom sur le déplacement sinusoïdal à forte fréquence (voir la figure 1.26 à droite) montre que les résidus augmentent avec l'augmentation de la fréquence quelque soit la taille des éléments.

On retient que :

- La fidélité de la représentation de la cinématique (dans un cas de champ hétérogène) diminue avec

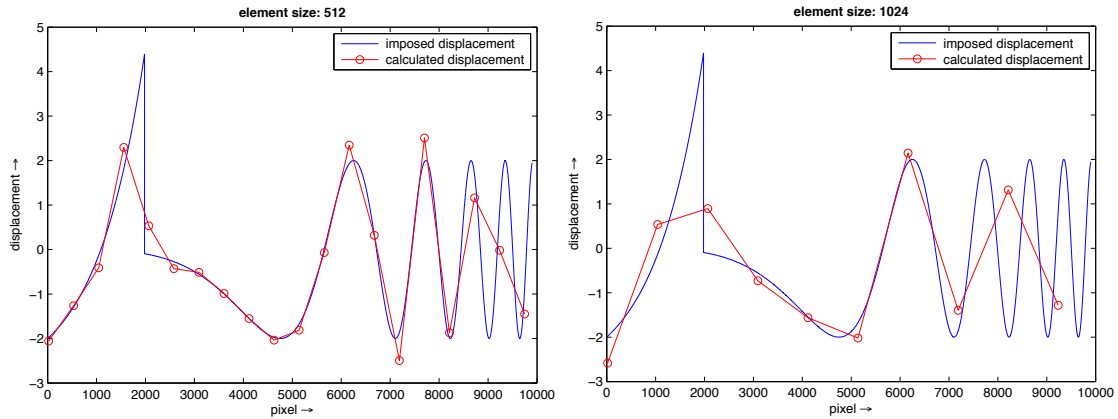


FIGURE 1.24 – Le déplacement imposé (bleu) et mesuré (rouge) avec un maillage régulier de 512 $px/élément$ (gauche) et 1024 $px/élément$ (droite).

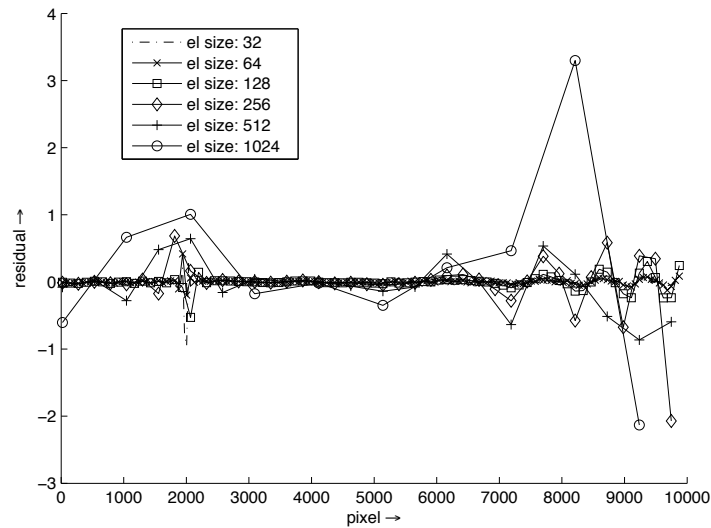


FIGURE 1.25 – Résidus entre le déplacement imposé et le déplacement mesuré pour différentes tailles d'éléments.

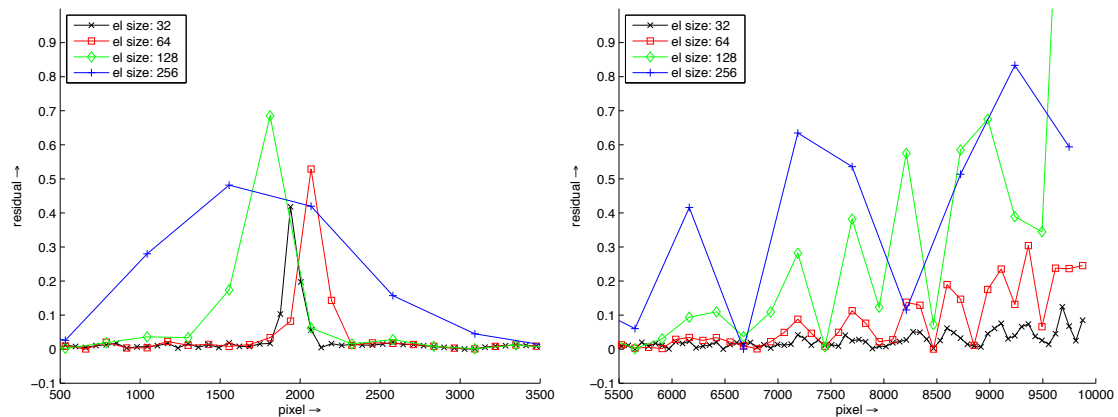


FIGURE 1.26 – Résidus entre le déplacement imposé et le déplacement mesuré pour différentes tailles d'éléments. Gauche : zoom sur la zone où se trouve la discontinuité. Droite : zoom sur la partie du déplacement sinusoïdal à haute fréquence. Les valeurs sont en valeurs absolues.

l'augmentation de la taille des éléments, c'est-à-dire lorsque la résolution spatiale se dégrade³.

3.3 Un mouchetis à deux échelles

D'après la section «L'incertitude de mesure» on peut conclure que :

■ Il est toujours délicat pour l'utilisateur de faire le bon compromis entre incertitude de mesure et résolution spatiale.

Les éléments doivent être suffisamment petits pour que le modèle cinématique (ici linéaire) puisse correctement approximer la déformation réelle dans l'image. Les maillages de simulations calculées par éléments finis sont raffinés à des endroits où on s'attend à de forts gradients en déplacement/déformation/contrainte. Dans ces travaux on cherche à identifier des paramètres de loi de comportement élastique en utilisant un seul maillage EF, celui optimisé pour la simulation. Cela limite les erreurs de projection pour la comparaison des résultats de mesure avec celles de la simulation. Comme on se retrouve avec des petits éléments aux endroits de forts gradients, les incertitudes de mesure sont élevées. La section 3.2.3 conclut sur le fait que des grands éléments sont nécessaires pour garder les incertitudes suffisamment faibles. Autrement dit, les éléments nécessitent suffisamment de pixels ou d'information, en terme de gradient d'image, pour calculer un déplacement avec peu d'incertitudes.

L'idée principale de notre approche est donc d'augmenter le nombre de pixels par élément en rajoutant des images en champ proche. Certes, l'image en champ proche ne couvre pas toute la région du maillage, mais cela n'est pas forcément impératif. De plus, une autre caméra couvre, à l'échelle lointaine, toute la structure. La mesure de champs par CIN sera donc améliorée localement sur la zone imagée en champ proche.

L'exemple suivant illustre le gain en incertitudes de mesure avec une telle démarche. Deux images sont comparées : une image à l'échelle lointaine et une à l'échelle proche. Le facteur d'agrandissement entre les deux images est de 10. L'image $f(\mathbf{x})$ des exemples précédents sert d'image en champ proche. Pour générer l'image en champ lointain, par exemple avec une discrétisation plus faible, chaque pixel résulte de l'agrégation (binning) de 10 pixels de l'image en champ proche (coarse graining). Par la suite, la dynamique de la nouvelle image est ajustée à la même dynamique de 0 à 255 niveaux de gris (car l'utilisateur ajuste toujours le dispositif optique afin d'obtenir une dynamique maximale dans l'image). L'image en champ lointain contient dix fois moins de pixels que l'image en champ proche, concrètement 1000 au lieu de 10000. La figure 1.27 montre les extraits de la même zone dans les deux images.

On cherche à utiliser un seul maillage, celui de la simulation, pour la mesure par corrélation pour des images de chaque échelle. La taille d'élément est donc dix fois plus élevée à l'échelle proche. On impose à l'image «déformée», comme vu précédemment, un déplacement de type translation sub-pixel compris entre 0 et 1 pixel par pas de 0,02 pixel. On corrèle l'image initiale avec les images translatées et on calcule l'écart-type du champ de déplacement mesuré. La mesure à partir de la CIN-EF se fait pour cet exemple avec des éléments de taille 4, 8, 16, 32 pour l'échelle lointaine et 40, 80, 160 et 320 px par élément pour l'échelle proche. Les figures 1.28 et 1.29 montrent les résultats en terme d'erreur aléatoire. Pour les grandes tailles d'éléments, le gain est de l'ordre de grandeur de 3. En diminuant la taille des éléments, le gain atteint environ 30.

■ Comme attendu, la mesure en champ proche conduit à moins d'incertitude de mesure que la mesure en champ lointain. Les gains sont particulièrement significatifs lorsque le nombre de pixels par élément

3. Bornert et al. [2009] montrent que l'erreur de modèle (mismatch error) est proportionnelle à $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ pour un modèle cinématique bi-linéaire.

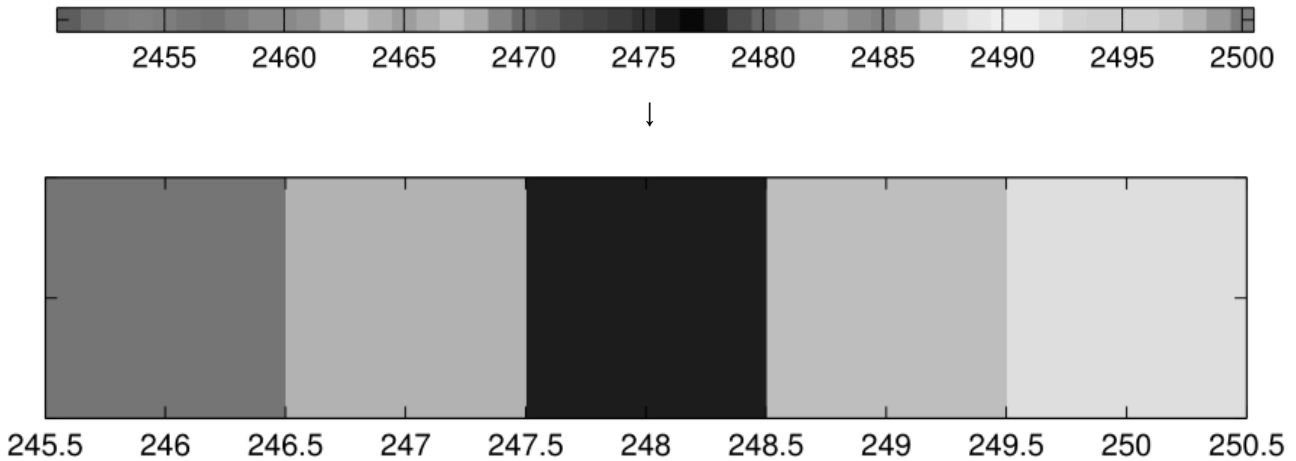


FIGURE 1.27 – Image à l'échelle lointaine générée (en bas) à partir de l'image à l'échelle proche (en haut). Le niveau de gris d'un pixel de l'image bas est la moyenne sur dix pixels de l'image du haut. Ensuite la dynamique est ajustée.

en champ lointain deviennent faible. Ce type de situation se produira forcément dans les régions à forts gradients qui sont des régions potentiellement intéressantes pour l'identification.

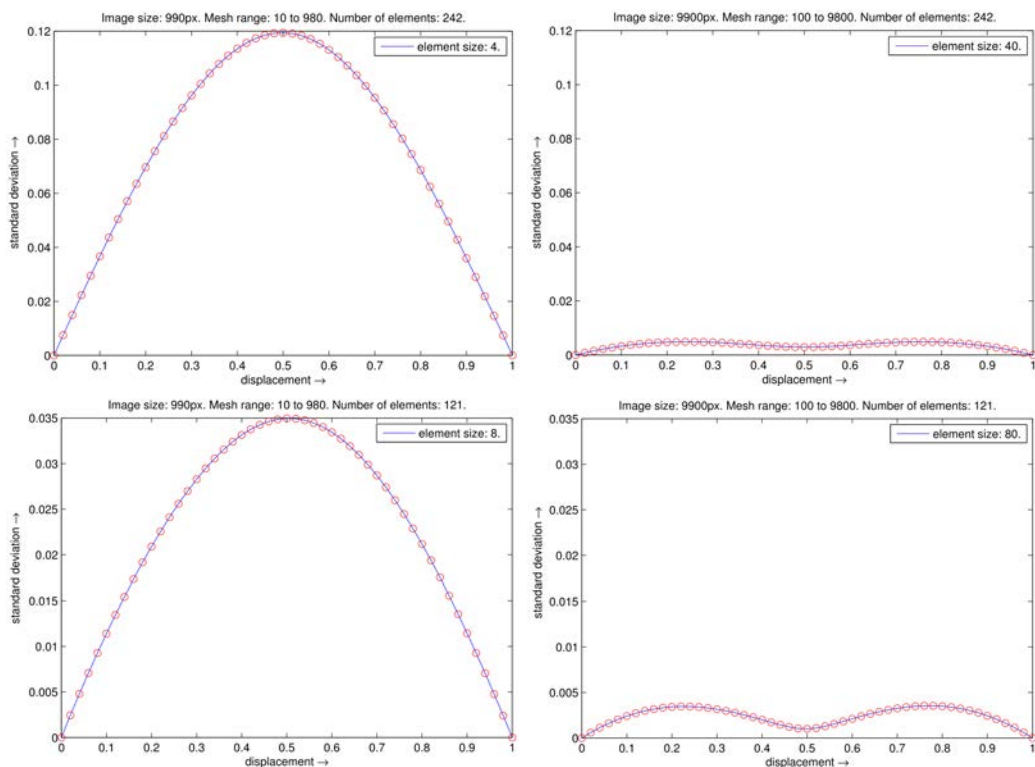


FIGURE 1.28 – Erreur aléatoire pour les images en champ lointain (gauche) pour des tailles d'éléments de 4 et 8 px et en champ proche pour les tailles de 40 et 80 px . L'écart-type (en y) et le déplacement (en x) sont exprimés en pixel.

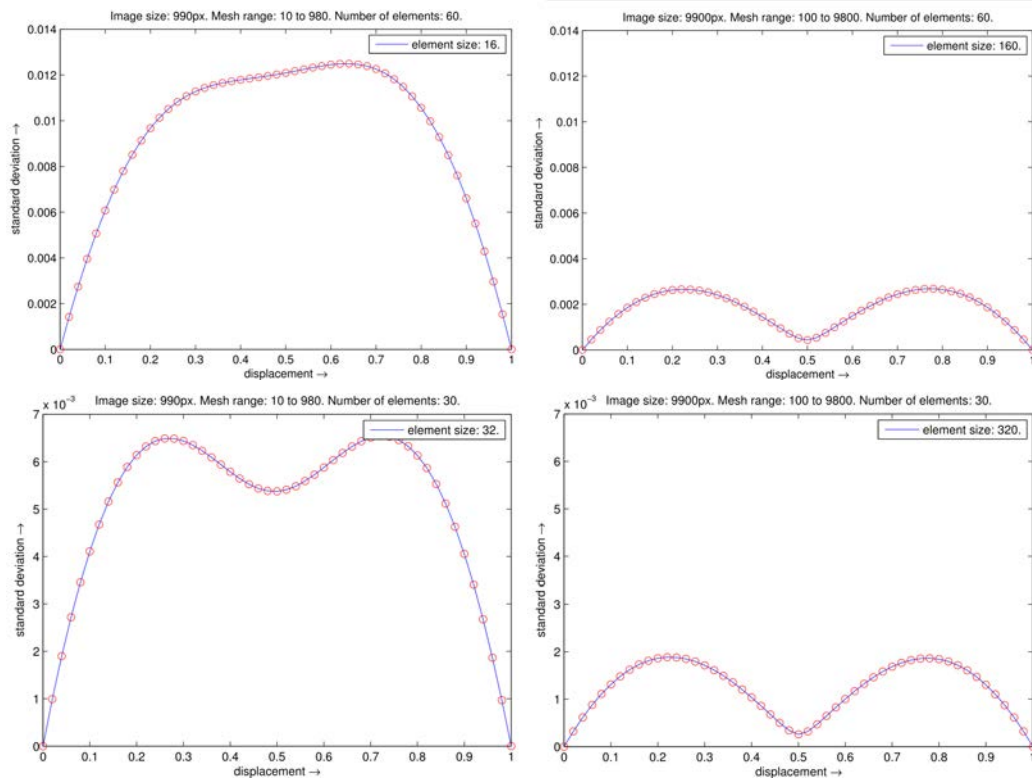


FIGURE 1.29 – Erreur aléatoire pour les images en champ lointain (gauche) pour des tailles d'éléments de 16 et 32 px et en champ proche pour les tailles de 160 et 320 px . L'écart-type (en y) et le déplacement (en x) sont exprimés en pixel.

4 Conclusion

Ce chapitre présente tout d'abord les principales méthodes de mesure de champs cinématiques. Parmi celles-ci, la corrélation d'images numériques présente de nombreux avantages (toutes les échelles, objets non plans, mesure hors plan).

La CIN réclame toutefois un compromis de la part de l'utilisateur entre une bonne représentation de la cinématique et une haute fiabilité de la mesure (donc peu d'incertitude de mesure). Pour identifier des paramètres de matériaux à haute rigidité, c'est-à-dire des matériaux qui se déforment très peu avant d'atteindre leur limite élastique, il est important de connaître les incertitudes de mesure afin que le signal de «mesure» ne se noie pas dans les incertitudes. Aussi, dans ce chapitre, les différents types d'erreur de mesure ont été décrits. On montre que ces dernières dépendent fortement de la richesse de l'information (de la texture) dans la zone d'intérêt (ZOI) ou dans l'élément. Plus la ZOI/l'élément contient de pixels, plus l'incertitude de mesure diminue. Par contre, un champ de mesure peu discrétisé (c'est-à-dire avec peu d'éléments) ne permet pas une bonne représentation de la déformation réelle de l'image (erreur de modèle cinématique devient prépondérante).

Grâce à l'interpolation cinématique par éléments finis, la CIN-EF permet de diminuer le niveau des incertitudes de mesure par rapport à la méthode «subset-based» [Hild and Roux, 2012]. De plus, elle n'induit pas d'erreur de reprojection lors de la comparaison avec une simulation EF.

Dans ce chapitre, au travers d'une simple analyse 1D, nous avons montré qu'une mesure en champ proche (zoom sur une région donnée) augmente de manière significative la qualité de la mesure. Dans le chapitre suivant, la méthode de recalage par éléments finis (FEMU) et ses récents développements sont détaillés. Cette méthode utilise, classiquement, en entrée des mesures de champs obtenues par exemple par corrélation d'images. Maîtriser les erreurs de mesures permettra de maîtriser les erreurs sur les paramètres à

identifier. Nous montrerons dans l'intérêt une mesure supplémentaire en champ proche. Une analyse des différentes sources d'incertitudes sur les paramètres constitutifs sera aussi proposée.

Identification de paramètres constitutifs à partir de corrélation d'images

Sommaire

1	Methodes d'identification à partir de mesure de champs	46
1.1	Méthodes sans recalage	46
1.2	Méthodes avec recalage	46
2	Le recalage de modèle éléments finis	47
2.1	Principe, application et limites	47
2.2	FEMU classique	49
2.3	FEMU-R : une approche régularisée	50
2.4	MIC : Mechanical Image Correlation	51
2.5	IMIC : Integrated Mechanical Image Correlation	52
2.6	I-MIC modifié : Integrated Mechanical Image Correlation	53
2.7	Conclusion sur les méthodes	54
3	Les incertitudes d'identification	54
3.1	Le bruit d'image	54
3.2	La fonction coût - amplification d'erreur par dérivation	56
3.3	La discrétisation de la mesure de champ cinématique - erreur de projection	56
3.4	Le maillage	57
3.5	Les conditions aux limites	58
3.6	La forme de la structure	59
4	Bilan	62

1 Méthodes d'identification à partir de mesure de champs

Le calcul des structures consiste principalement à déterminer les déplacements, les déformations et les contraintes connaissant la géométrie, les efforts extérieurs ou les déplacements imposés et un modèle de comportement et les paramètres associés. On parle de "problème direct". Par contre, lorsque l'on cherche à identifier des paramètres constitutifs d'un modèle présumé à partir de données de mesures (cinématiques, statiques), on parle alors de "problème inverse" [Avril et al., 2008a]. Dans notre cadre, ces mesures seront des mesures de champs, et plus précisément cinématiques. Selon [Grédiac, 2004], dans ce cas, l'identification de paramètres constitutifs avec l'utilisation de mesures de champs est une situation pour laquelle le lien entre les mesures et les simulations est très important en élasticité. Ces méthodes d'identification se classent en deux groupes principaux : les méthodes avec recalage itératif des paramètres, et les méthodes sans recalage [Avril et al., 2008a]. Dans l'article [Avril et al., 2008a] les auteurs issus du GDR 2519 présentent les différentes méthodes d'identification basées sur les mesures de champs répertoriées jusqu'alors.

1.1 Méthodes sans recalage

Certaines méthodes d'identification ne nécessitent pas forcément un recalage des paramètres constitutifs [Avril et al., 2008a]. Dans cette catégorie, on peut classer :

- la méthode de l'écart à l'équilibre (Equilibrium Gap Method - EGM) [Claire et al., 2004; Amiot et al., 2007; Crouzeix et al., 2009]
- la méthode des champs virtuels (Virtual Field Method - VFM) [Grédiac, 1989; Grédiac et al., 2002]

Avril et al. [2008a] appliquent différentes méthodes d'identification à quatre types d'essai. Ils concluent au sujet des méthodes non itératives que du fait de l'absence d'itérations, ces méthodes mènent généralement à des procédures numériques rapides. Par contre elles nécessitent des champs de résolution spatiale élevées pour pouvoir fonctionner correctement.

1.2 Méthodes avec recalage

Dans la catégorie des méthodes nécessitant un recalage, [Avril et al., 2008a] proposent :

- la méthode de l'erreur en relation de comportement (Constitutive Equation Gap Method - CEGM) [Constantinescu, 1995]
- la méthode de l'écart à la réciprocité (Reciprocity Gap Method - RGM) [Ben Abda et al., 1999]. La méthode se base sur le théorème de réciprocité de Maxwell-Betti. Elle nécessite des mesures sur les bords.
- le recalage de modèle éléments finis (Finite Element Model Updating). On distingue les méthodes formulées en déplacement (FEMU-U [Cottin et al., 1984]), en effort (FEMU-F [Cottin et al., 1984; Pagnacco et al., 2005]) et celles tirant partie des deux quantités simultanément (FEMU-U-F [Giton et al., 2006]). Les fonctions de coût s'écrivent : $\Phi_U(p, \omega) = U_{exp} - U_{sim}(p, \omega)$ et $\Phi_{U-F}(p) = \lambda(U_{exp} - U_{sim}(p, \omega)) + (1 - \lambda)(F_{exp} - F_{sim})$ où Φ représente le résidu, p le jeux de paramètres constitutifs, ω l'information disponible des conditions aux limites et λ la valeur de pondération.

Le principe des méthodes de recalage consiste à injecter des paramètres initiaux dans un modèle (généralement éléments finis) et à calculer numériquement les déplacements, les déformations et/ou les contraintes. En minimisant, à l'aide d'un algorithme d'optimisation, une fonction coût qui compare ces résultats numériques avec les mesures expérimentales, on obtient à convergence les paramètres constitutifs du matériau. C'est dans l'expression de la fonction coût que ces méthodes se distinguent. Du fait de leur nature itérative, qui se traduit souvent par des calculs numériques répétitifs, l'opération peut coûter cher en temps et/ou en ressources informatiques. De plus ces méthodes peuvent devenir très sensibles au bruit de mesure lorsque

les mesures se raréfient [Avril et al., 2008a]. Pour minimiser la fonction coût, différents algorithmes d'optimisation peuvent être utilisés : Simplex, Gauss-Newton, Levenberg-Marquardt, des algorithmes génétiques ou Bayesiens,...

Avril et al. [2008a] comparent les différentes méthodes d'identification à partir de mesures de champs cinématiques en les appliquant sur différents essais mécaniques : (I) un essai de traction, (II) un essai Brazilian, (III) un essai de cisaillement et (IV) un essai biaxial. L'idée est de mettre en évidence leur fiabilité en ce qui concerne l'identification des paramètres constitutifs. Seuls des essais 2D sont traités, et le comportement est supposé élastique linéaire. Les auteurs notent, par exemple, que la valeur du coefficient de Poisson identifiée varie d'une manière importante suivant la méthode appliquée. Ceci démontre que même avec une grande quantité de données, les méthodes inverses sont encore sensibles aux incertitudes de mesure. Ceci concerne plus particulièrement les méthodes sans recalage que les méthodes avec recalage. Les méthodes sans recalage n'aboutissent pas toujours à une solution, surtout si elles s'appliquent à des données de faible résolution spatiale, ce qui n'arrive pas avec les méthodes itératives.

La figure 2.1 schématise les différentes méthodes d'identification d'après [Avril et al., 2008a]. La CEGM et la FEMU sont les seules méthodes qui peuvent fonctionner avec des données partielles, c'est-à-dire qu'il n'est pas forcément nécessaire d'avoir des mesures (de champ cinématiques ou autre) dans tout le volume ou sur toute la surface pour l'identification de paramètres auxquels le déplacement dans la partie observée est sensible (e.g., coefficient de Poisson).

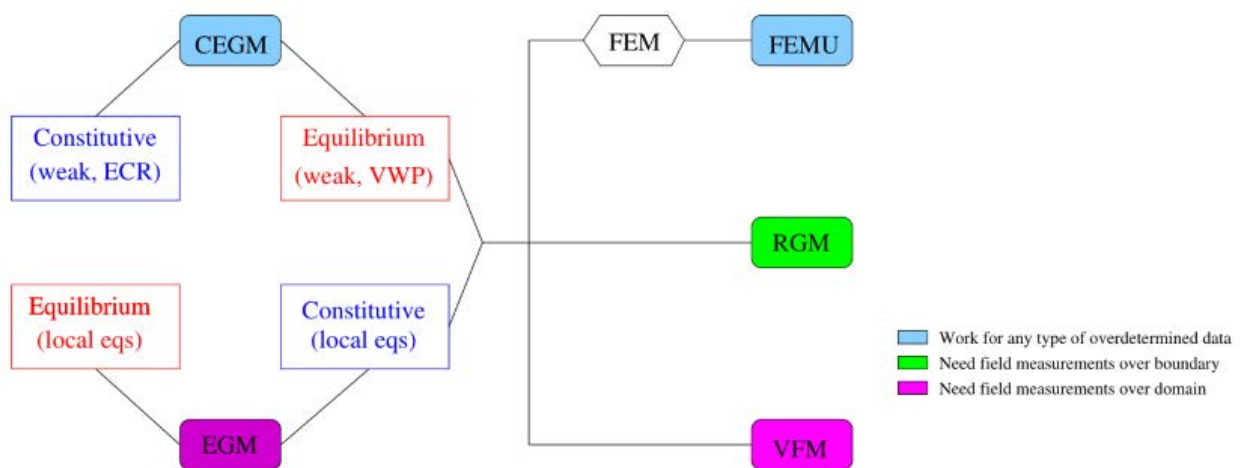


FIGURE 2.1 – Les différents méthodes d'identification d'après [Avril et al., 2008a]

Dans ce cadre, la plupart des travaux concernant les matériaux composites ont été menés à partir d'essais 2D. Généralement, l'objectif est soit d'identifier les paramètres constitutifs du matériau (par exemple [Molimard et al., 2005; Lecompte, 2007; Leclerc et al., 2009]) soit de déterminer la diminution de la rigidité du matériau composite dans des zones endommagées (par exemple [Sjögren et al., 2001; Sztefek and Olsson, 2008; Kim et al., 2009]). Les travaux de cette thèse s'intéressent à l'identification de paramètres homogènes. Toutefois, on notera que des méthodes alternatives ont été développées pour identifier des champs de propriétés [Claire et al., 2002; Crouzeix et al., 2009; Florentin and Lubineau, 2010]. Par la suite, nous détaillons la technique retenue dans ce travail : la FEMU.

2 Le recalage de modèle éléments finis

2.1 Principe, application et limites

La méthode de recalage de modèle éléments finis (Finite Element Model Updating, FEMU) est une méthode qui a été proposée dès le début des années 70 [Kavanagh and Clough, 1971]. De toutes les méthodes

d'identification, le recalage de modèle éléments finis est l'approche la plus intuitive. L'idée est de comparer un champ cinématique mesuré lors d'un essai réel avec celui simulé par la méthode des éléments finis, puis de recalculer de manière itérative les paramètres du modèle de comportement recherchés. La figure 2.2 en montre le principe. L'évolution de la valeur des paramètres est guidée par un algorithme d'optimisation qui cherche à diminuer l'écart entre les déplacements ou déformations mesurés et calculés. Une des principales difficultés est de choisir une technique d'optimisation qui garantisse de trouver le minimum global [Lecompte, 2007]. Une autre difficulté tient au fait que le modèle éléments finis doit s'assurer d'utiliser les conditions aux limites, une géométrie et les efforts appliqués les plus proches de l'essai réel.

Le FEMU peut se baser sur une comparaison soit des déplacements, soit des déformations [Avril et al., 2008a]. Si l'approche s'appuie sur la comparaison des déplacements, il peut être difficile de bien modéliser les conditions aux limites [Avril et al., 2008a]. Cette défaillance peut avoir une influence non négligeable sur le calcul et la valeur des paramètres identifiés. L'autre technique consiste à comparer les déformations [Lecompte, 2007; Molimard et al., 2005]. Ceci permet, au moins en partie, de s'affranchir d'une modélisation poussée des conditions aux limites. Toutefois, la déformation est malheureusement la dérivée du déplacement. Comme évoqué dans le chapitre précédent, la déformation locale mesurée est souvent entachée d'une importante incertitude (disons de l'ordre 0,01% [Robert et al., 2007] pour la CIN. Ceci dépend évidemment de la résolution spatiale de la mesure de déformation). Dans les logiciels de CIN, pour filtrer avant de dériver, une fonction de lissage est appliquée au champ de déplacement [Cor, 2014]. Ce traitement conduit, entre autres, à des valeurs de déformation "moyennées" et donc pas toujours représentatives.

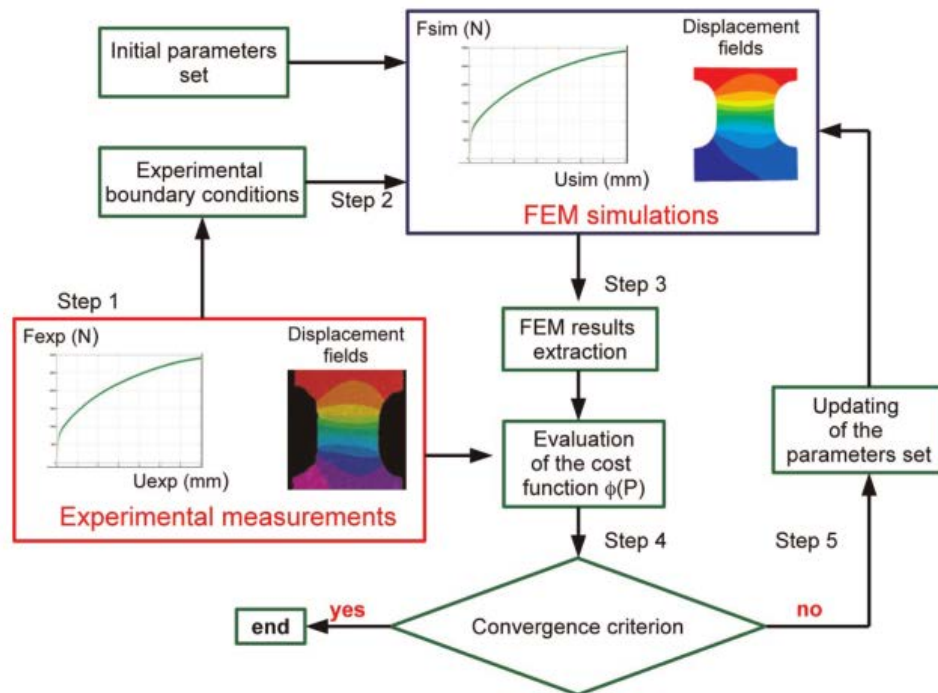


FIGURE 2.2 – Principe de la FEMU [Robert et al., 2011]

Applications et limites La FEMU est une méthode générique qui est capable de traiter des problèmes linéaires [Molimard et al., 2005; Lecompte, 2007] et non-linéaires [Lecompte, 2007; Meuwissen, 1998; Robert et al., 2011]. La FEMU peut être utilisée sur un large champ d'applications. Non seulement avec des mesures de mesures cinématiques mais aussi avec des mesures comme des champs de températures [Avril et al., 2008a]. La FEMU a cependant des points faibles :

- Un calcul éléments finis en soi peut déjà coûter cher (en temps) : calculer en boucle peut donc

conduire à des calculs de très longue durée.

- La mise en œuvre dans le cas de comportements non-linéaires conduit à de nombreuses difficultés qui s'ajoutent [Lecompte, 2007], notamment une autre boucle EF pour obtenir le résultat d'un pas de calcul de la boucle d'optimisation.

Comme évoqué précédemment, la plupart des applications de la FEMU concernent des cas 2D [Meuwissen, 1998; Molimard et al., 2005; Lecompte, 2007; Pottier et al., 2011]. Pour les composites, dans le cas de plaques minces, Sztefek and Olsson [2008] montrent qu'il est possible d'étendre la technique à des champs de déplacements 3D. Ils montrent que l'on peut déterminer la rigidité d'un stratifié dans la zone endommagée par un impact. Les champs de déplacement 3D sur les deux faces (dûs à l'effet de flambage) sont mesurées avec deux bancs de stéréo-corrélation en mettant la plaque sous chargement de compression. Ces mesures de déplacement sont ensuite appliquées comme des conditions aux limites dans le modèle EF.

Prise en compte du chargement statique Pour identifier les paramètres constitutifs, utiliser uniquement des données cinématiques ne suffit pas toujours. Un exemple : deux matériaux isotropes à rigidités différentes sont testés dans leur domaine élastique en imposant un déplacement sur des éprouvettes de traction standard, c'est-à-dire avec une section constante en direction du déplacement imposé. La loi de comportement est décrit par la loi de Hooke $\sigma = F/S = E \cdot \varepsilon$ ou autrement dit : $E = \frac{F}{S \cdot \varepsilon}$, où F représente la force de traction/compression, E la rigidité décrite par le module de Young, S la surface de la section et ε la déformation avec $\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x}$. Pour obtenir le module de Young E , une mesure cinématique n'est pas suffisante car elle donne accès uniquement à ε . Il est donc nécessaire de mesurer l'effort F pour déterminer les modules (modules de Young E ou modules de cisaillement G). La fonction coût R_p qu'on cherche à minimiser s'exprime par conséquent souvent par une partie cinématique (\mathbf{R}_u) et une partie statique (\mathbf{R}_F) : $R_p = \|\mathbf{R}_u + \mathbf{R}_F\|$ avec $\mathbf{R}_u = (\mathbf{u}_{mes} - \mathbf{u}_{sim} / \|\mathbf{u}_{mes}\|)$ et $\mathbf{R}_F = (\mathbf{F}_{mes} - \mathbf{F}_{sim} / \|\mathbf{F}_{mes}\|)$. Le coefficient de Poisson, par contre, est identifiable en connaissant seulement la mesure cinématique : $\nu = -\varepsilon_t / \varepsilon_l = \text{contraction transversale} / \text{allongement longitudinale}$. Une fonction coût qui contient que la partie cinématique est suffisante pour cela : $R_p = \|\mathbf{R}_u\|$.

La section suivante décrit la FEMU classique et ses versions "intégrées" plus récemment proposées [Leclerc et al., 2009; Réthoré, 2010; Réthoré et al., 2013]. Dans la suite, le principe de ces méthodes sera illustré uniquement sur la partie cinématique (\mathbf{R}_u) et sans leur partie statique (\mathbf{R}_F). Ce qui suit est largement inspiré de [Réthoré, 2010].

2.2 FEMU classique

Le problème d'optimisation consiste à trouver le meilleur jeu de paramètres \mathbf{p}^* au sens des moindres carrés en norme 2 :

$$\mathbf{p}^* = \operatorname{argmin} \|\mathbf{U}_{mes} - \mathbf{U}_{sim}(\mathbf{p})\|_2^2 \quad (2.1)$$

$$= \operatorname{argmin} \{\mathbf{U}_{mes} - \mathbf{U}_{sim}(\mathbf{p})\}^T \{\mathbf{U}_{mes} - \mathbf{U}_{sim}(\mathbf{p})\} \quad (2.2)$$

Avec \mathbf{U}_{mes} le vecteur des degrés de liberté correspondant au champ de déplacement mesuré et $\mathbf{U}_{sim}(\mathbf{p})$ au champ de déplacement simulé. \mathbf{p} représente le vecteur contenant les paramètres constitutifs du modèle éléments finis. On voit tout de suite l'avantage d'utiliser la même description de cinématique éléments finis pour la mesure et pour la simulation. Ceci évite des erreurs d'interpolation/extrapolation (comme l'évoque le paragraphe "La mesure de champ cinématique", voir plus loin). En considérant une minimisation de type Gauss-Newton, le système à résoudre peut s'écrire comme suit :

$$[\mathbf{M}_{FEMU}]\{d\mathbf{p}\} = \{\mathbf{b}_{FEMU}\} \quad (2.3)$$

avec

$$[\mathbf{M}_{FEMU}] = \left[\frac{\Delta \mathbf{U}_{sim}}{\Delta \mathbf{p}} \right]^T \left[\frac{\Delta \mathbf{U}_{sim}}{\Delta \mathbf{p}} \right] \quad (2.4)$$

$$\{\mathbf{b}_{FEMU}\} = \left[\frac{\Delta \mathbf{U}_{sim}}{\Delta \mathbf{p}} \right]^T \{\mathbf{U}_{mes} - \mathbf{U}_{sim}(\mathbf{p})\} \quad (2.5)$$

Où $\left[\frac{\Delta \mathbf{U}_{sim}}{\Delta \mathbf{p}} \right]$ correspond à la matrice Jacobienne souvent appelée "matrice de sensibilité". Elle est généralement calculée par différences finies. Une itération de minimisation nécessite un calcul de la matrice de sensibilité, donc plusieurs appels à la simulation, cela dépend de la dimension du vecteur \mathbf{p} . Par exemple pour l'identification des paramètres constitutifs d'un comportement élastique orthotrope dans le plan à quatre paramètres, la matrice de sensibilité nécessite cinq simulations numériques. Lorsque le nombre de paramètres est grand, cette matrice n'est plus calculée par différences finies, mais elle est estimée par des surfaces de réponses et des analyses de sensibilités [Gogu et al., 2013]. Le résultat $d\mathbf{p}$ est l'incrément entre deux itérations et se rajoute itérativement aux paramètres : $\mathbf{p}^{i+1} = d\mathbf{p} + \mathbf{p}^i$.

2.3 FEMU-R : une approche régularisée

Leclerc et al. [2009] proposent une approche régularisée de la FEMU. En introduisant la matrice de corrélation M_{DIC} (avec $[M_{DIC}] = [\nabla F]^T [N][N][\nabla F]$, voir équation 1.10) dans la fonction coût, la pondération favorise certaines zones par rapport aux autres.

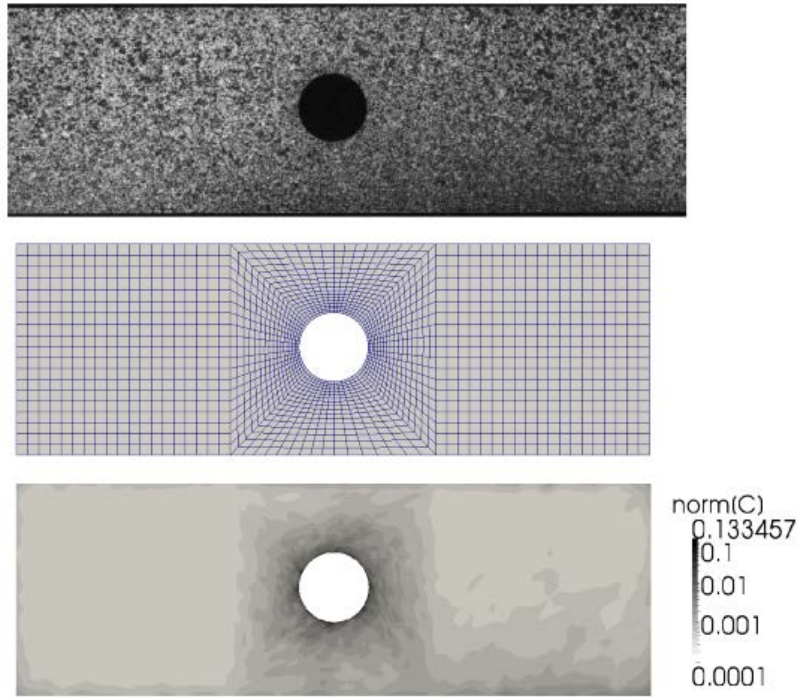


FIGURE 2.3 – L'image de référence (en haut), le maillage (au centre) et les valeurs normées pour chaque degré de liberté de l'inverse de la matrice de corrélation $[C] = [M_{DIC}]^{-1}$ (en bas) d'une mesure CIN sur plaque trouée affichées en échelle logarithmique. La mesure est moins fiables dans les zones sombres.

La figure 2.3 montre la norme des valeurs de la matrice $[M_{DIC}]^{-1}$ sur une mesure de plaque trouée. Les régions sombres sont moins "fiables" que les régions claires. Les valeurs sont à l'échelle logarithmique. On peut voir que les zones qui sont maillées plus finement (vers le centre de l'éprouvette) présentent des valeurs moins fiables. On remarque aussi cela pour les bords où les nœuds sont reliés à moins d'éléments que ceux qui sont à l'intérieur du maillage.

Leclerc et al. [2009] suggèrent de remplacer l'usage de la norme 2 dans l'expression de la fonction coût par une norme pondérée par l'inverse de la matrice de covariance du déplacement vis-à-vis du bruit image. Nous avons vu au chapitre 1 (équation 1.16) qu'elle est proportionnelle à $[M_{DIC}]^{-1}$. La fonction coût pondérée s'écrit donc :

$$\mathbf{p}^* = \operatorname{argmin}\{\mathbf{U}_{mes} - \mathbf{U}_{sim}(\mathbf{p})\}^T [\mathbf{M}_{DIC}] \{\mathbf{U}_{mes} - \mathbf{U}_{sim}(\mathbf{p})\} \quad (2.6)$$

On a rappelé au chapitre précédent que cette matrice est en fait la matrice de corrélation, donc déjà calculée, et qui est symétrique définie positive, donc cela définit bien un produit scalaire. L'avantage de cette norme pondérée est qu'elle va mettre un poids associé à chaque degré de liberté inversement proportionnel à l'incertitude de mesure de ce même degré de liberté. Ainsi un degré de liberté très incertain, se verra attribuer un poids très faible dans le calcul de la fonction coût et inversement.

Remarque : Les degrés de libertés associés à une grande incertitude de mesure sont des ddl associés à un nœud autour duquel :

- la texture est pauvre (Faible texture \rightarrow faible $\nabla F \rightarrow$ faible $\int_{\Omega_e} \nabla F^T N N \nabla F dx \rightarrow$ faible $\|M_{ik}\|$)
- il y a problème d'éclairage, faible contraste
- les éléments sont de petite taille (peu de pixels)
- il y a peu d'éléments (noeud de bord).

Ensuite, le système à résoudre devient :

$$[\mathbf{M}_{FEMU-R}] \{d\mathbf{p}\} = \{\mathbf{b}_{FEMU-R}\} \quad (2.7)$$

avec

$$[\mathbf{M}_{FEMU-R}] = \left[\frac{\Delta \mathbf{U}_{sim}}{\Delta \mathbf{p}} \right]^T [\mathbf{M}_{DIC}] \left[\frac{\Delta \mathbf{U}_{sim}}{\Delta \mathbf{p}} \right] \quad (2.8)$$

$$\{\mathbf{b}_{FEMU-R}\} = \left[\frac{\Delta \mathbf{U}_{sim}}{\Delta \mathbf{p}} \right]^T [\mathbf{M}_{DIC}] \{\mathbf{U}_{mes} - \mathbf{U}_{sim}(\mathbf{p})\} \quad (2.9)$$

2.4 MIC : Mechanical Image Correlation

Afin d'avoir un lien plus direct entre les images et les paramètres constitutifs, et donc par conséquent pour réduire la sensibilité au bruit, Leclerc et al. [2009]; Réthoré [2010] proposent d'intégrer l'identification du comportement mécanique directement dans la formulation CIN. L'idée consiste simplement à remarquer que le déplacement issu de la mesure purement cinématique n'est pas une fin en soit. Ce n'est qu'un intermédiaire de calcul bruité mais considéré comme fiable dans un processus d'identification, dont l'objectif est basiquement de trouver les paramètres \mathbf{p} connaissant les images f et g . Le problème est alors reformulé de la façon suivante : quel est le paramètre \mathbf{p}^* tel que le champ de déplacement simulé associé $\mathbf{u}_{sim}(\mathbf{x}, \mathbf{p}^*)$ minimise la forme faible de l'équation de conservation des niveaux de gris (2.10). L'identification ne se base donc maintenant plus sur la minimisation de l'écart entre les déplacements, mais sur l'équation de la conservation du flot optique. La formulation MIC s'écrit donc :

$$\mathbf{p}^* = \operatorname{argmin} \int_{\Omega} (f(\mathbf{x}) - g(\mathbf{x} + \mathbf{u}_{sim}(\mathbf{x}, \mathbf{p})))^2 d\mathbf{x} \quad (2.10)$$

Où $\mathbf{u}_{sim}(\mathbf{x}, \mathbf{p})$ correspond au champ de déplacement simulé en tenant compte des paramètres mécaniques estimés à l'itération courante. Le système à résoudre devient :

$$[\mathbf{M}_{MIC}] \{d\mathbf{p}\} = \{\mathbf{b}_{MIC}\} \quad (2.11)$$

avec

$$[\mathbf{M}_{MIC}] = \left[\frac{\Delta \mathbf{U}_{sim}}{\Delta \mathbf{p}} \right]^T [\mathbf{M}_{DIC}] \left[\frac{\Delta \mathbf{U}_{sim}}{\Delta \mathbf{p}} \right] = [\mathbf{M}_{FEMU-R}] \quad (2.12)$$

$$\{\mathbf{b}_{MIC}\} = \left[\frac{\Delta \mathbf{U}_{sim}}{\Delta \mathbf{p}} \right]^T \{\mathbf{b}_{DIC}\} \quad (2.13)$$

On constate que la matrice $[\mathbf{M}_{MIC}]$ est égale à la matrice $[\mathbf{M}_{FEMU-R}]$. Le calcul itératif d'identification n'est par contre pas le même car le second membre est différent. Il se calcule ici en niveau de gris et non plus en écart de déplacement. Pour l'identification du coefficient de Poisson, [Leclerc et al. \[2009\]](#) et [Réthoré \[2010\]](#) montrent que MIC est plus robuste (car indépendant de la taille des éléments du maillage) que FEMU ou FEMU-R si les conditions aux limites de la simulation sont fiables, c'est-à-dire peu bruitées. Voir la figure 2.4.

2.5 IMIC : Integrated Mechanical Image Correlation

[Réthoré \[2010\]](#) montre aussi que les approches FEMU, FEMU-R et MIC sont très sensibles à la fiabilité des conditions aux limites. L'avantage de l'approche IMIC est de se libérer de la dépendance des conditions aux limites. Au lieu d'identifier en deux étapes - extraction et application des conditions aux limites, puis minimisation de la fonction coût - l'approche IMIC identifie en une seule étape. Le problème s'écrit :

$$\{\mathbf{p}^*, \mathbf{u}^*\} = \arg \min \left(\underbrace{\frac{\alpha}{m_0} \int_{\Omega} (f(\mathbf{x}) - g(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x}, \mathbf{p})))^2 d\mathbf{x}}_{\text{Conservation des niveaux de gris}} + \underbrace{\left(\frac{1-\alpha}{k_0} \right) \|\bar{\mathbf{K}}(\mathbf{p})\{\mathbf{U}\}\|^2}_{\text{équilibre interne}} \right) \quad (2.14)$$

Les scalaires m_0 et k_0 sont des facteurs qui permettent d'adimensionnaliser les deux termes de natures très différentes (niveaux de gris pour l'un et forces nodales pour l'autre). S'agissant d'un problème multi-objectif, un paramètre de pénalité α se rajoute pour fixer dans la fonction coût les poids respectifs de la partie mécanique et de la partie optique. On peut montrer avec des images synthétiques déformées avec des fonctions sinusoïdales de différente fréquences, que ce paramètre agit comme la fréquence de coupure d'un filtre passe bas [[Réthoré et al., 2009](#); [Leclerc et al., 2011](#)]. $[\bar{\mathbf{K}}(\mathbf{p})]$ représente la matrice de rigidité pour les nœuds à l'intérieur du maillage, c'est-à-dire tous les nœuds sauf ceux concernés par des conditions aux limites de type Dirichlet. Le système à résoudre ne cherche plus uniquement les paramètres de comportement (comme pour les approches FEMU, FEMU-R et MIC) ou les déplacements (CIN) qui correspondent aux mieux mais les deux en même temps. Une boucle principale résout le système par rapport aux paramètres et une boucle interne résout le système par rapport aux déplacements pour chaque estimation itérative des paramètres. Le système principal à résoudre devient :

$$[\mathbf{M}_{IMIC}]\{d\mathbf{p}\} = \{\mathbf{b}_{IMIC}\} \quad (2.15)$$

avec

$$[\mathbf{M}_{IMIC}] = \left[\frac{\Delta \mathbf{U}}{\Delta \mathbf{p}} \right]^T [\mathbf{M}_{DIC}] \left[\frac{\Delta \mathbf{U}}{\Delta \mathbf{p}} \right] \quad (2.16)$$

$$\{\mathbf{b}_{IMIC}\} = \left[\frac{\Delta \mathbf{U}}{\Delta \mathbf{p}} \right]^T \{\mathbf{b}_{DIC}\} \quad (2.17)$$

Le système à résoudre est donc le même (formellement) que celui de la formulation MIC. La différence est que les déplacements \mathbf{U} de la matrice de sensibilité $\left[\frac{\Delta \mathbf{U}}{\Delta \mathbf{p}} \right]$ ne se calculent plus par un appel au code éléments finis habituel mais en résolvant le système suivant :

$$[\mathbf{M}_{I-DIC}]\{d\mathbf{U}\} = \{\mathbf{b}_{I-DIC}\} \quad (2.18)$$

avec

$$[\mathbf{M}_{I-DIC}] = \frac{\alpha}{m_0}[\mathbf{M}_{DIC}] + \frac{1-\alpha}{k_0}[\bar{\mathbf{K}}(\mathbf{p})]^T[\bar{\mathbf{K}}(\mathbf{p})] \quad (2.19)$$

$$\{\mathbf{b}_{I-DIC}\} = \frac{\alpha}{m_0}\{\mathbf{b}_{DIC}\} - \frac{1-\alpha}{k_0}[\bar{\mathbf{K}}(\mathbf{p})]^T[\bar{\mathbf{K}}(\mathbf{p})]\{\mathbf{U}^i\} \quad (2.20)$$

\mathbf{U}^i représente ici le vecteur déplacement obtenu à l'itération précédente. La matrice de rigidité $[\bar{\mathbf{K}}(\mathbf{p})]$ est la partie de la matrice de rigidité $[\mathbf{K}(\mathbf{p})]$ qui est uniquement liée aux nœuds internes. Le déplacement \mathbf{U} n'est donc ni vraiment un déplacement mesuré, ni un déplacement simulé non plus. Selon l'auteur de Réthoré [2010], ce champs de déplacement peut s'interpréter comme un déplacement issu d'un problème de corrélation d'image régularisé par la mécanique, mais également comme un champ de déplacement simulé avec des conditions aux limites en volume. IMIC s'applique uniquement à l'identification de comportement linéaire-élastique. Vu qu'il n'y a pas de quantité statique inclus dans cette approche, il n'est donc pas possible d'identifier correctement les modules (voir la partie 2.1). Seulement des paramètres qui dépendent uniquement de la cinématique sont identifiables, comme le coefficient de Poisson.

2.6 I-MIC modifié : Integrated Mechanical Image Correlation

L'avantage de la formulation IMIC a été montré dans [Réthoré, 2010]. L'inconvénient de cette méthode est qu'elle est uniquement applicable à des comportements linéaires-élastiques. Pour cela [Réthoré et al., 2013] proposent une modification d'IMIC de manière plus générale pour pouvoir prendre en compte aussi d'autres lois de comportements comme par exemple de l'élasto-plasticité. Le système principal à résoudre reste (2.15), et le problème s'écrit :

$$\{\mathbf{p}^*, \mathbf{u}^*\} = \arg \min \left(\underbrace{\frac{\alpha}{m_0} \int_{\Omega} (f(\mathbf{x}) - g(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x}, \mathbf{p})))^2 d\mathbf{x}}_{\text{Conservation des niveaux de gris}} + \underbrace{\left(\frac{1-\alpha}{k_0} \right) \left(\frac{1}{2} \{\mathbf{U}\}^T [\mathbf{K}(\mathbf{p})] \{\mathbf{U}\} - \{\mathbf{U}\}^T \{\mathbf{F}_{ext}\} \right)}_{\text{énergie potentielle élastique}} \right) \quad (2.21)$$

$$[\mathbf{M}_{IMIC}]\{d\mathbf{p}\} = \{\mathbf{b}_{IMIC}\} \quad (2.22)$$

Pour estimer les déplacements, le système à résoudre devient :

$$[\mathbf{M}_{I-MIC}]\{d\mathbf{U}\} = \{\mathbf{b}_{I-MIC}\} \quad (2.23)$$

avec

$$[\mathbf{M}_{I-MIC}] = \frac{\alpha}{m_0}[\mathbf{M}_{DIC}] + \frac{1-\alpha}{k_0}[\mathbf{K}(\mathbf{p})] \quad (2.24)$$

$$\{\mathbf{b}_{I-MIC}\} = \frac{\alpha}{m_0}\{\mathbf{b}_{DIC}\} - \frac{1-\alpha}{k_0}([\mathbf{K}(\mathbf{p})]\{\mathbf{U}^i\} - \{\mathbf{F}_{ext}\}) \quad (2.25)$$

\mathbf{U}^i représente ici le vecteur déplacement obtenu à l'itération précédente. Le second membre implique l'effort extérieur \mathbf{F}_{ext} mesuré pendant l'essai avec une cellule d'effort. C'est la quantité statique nécessaire pour identifier des paramètres autre que ceux qui dépendent uniquement de la cinématique. Dans cette méthode, le problème est qu'avec des machines conventionnelles, on a pas accès à \mathbf{F}_{ext} , mais seulement à une composante de sa résultante dans l'axe de chargement. Les auteurs proposent de reconstruire une distribution réaliste des efforts \mathbf{F}_{ext} dont la composante de la résultante est égale à la valeur donnée par

la cellule d'effort. Pour ce faire [Réthoré \[2010\]](#) recale l'effort mesuré sur un effort de réaction dont la distribution est connue. La distribution est connue grâce à un calcul éléments finis initié avec les paramètres constitutifs initiaux et les conditions aux limites de type Dirichlet qui découlent d'une CIN-EF classique faite au préalable.

2.7 Conclusion sur les méthodes

Les méthodes d'identification basées sur la FEMU se distinguent en leur manière de mesure, modélisation et minimisation d'écart. Pour la mesure, il est possible de choisir entre les données brutes (souvent les images prises pendant l'essai) ou leurs résultats de mesure comme par exemple le (champ de) déplacement ou la (/le champ de) déformation. La modélisation peut se faire soit de manière analytique (par exemple [\[Smith, 1944\]](#) ou [\[Lekhnitskii et al., 1968\]](#) pour une plaque trouée) ou avec un calcul par éléments finis. La fonction coût peut inclure ce calcul par élément finis, soit en dur (FEMU, FEMU-R, MIC), soit au sens faible par pénalisation (IMIC). Les fonctions coût se basent soit sur l'écart du déplacement/déformation soit sur l'équation du flot optique.

Le tableau 2.1 résume les différences des approches.

	mesure		modélisation		
	données brutes (images)	déplacement ou déformation	analytique	numérique	numérique au sens faible
classique		X	X		
FEMU		X	X	X	
FEMU-R		$X + [M_{DIC}]$		X	
MIC	X			X	
I-MIC	X				X

TABLE 2.1 – Résumé des différentes approches basées sur la FEMU.

3 Les incertitudes d'identification

L'identification des paramètres constitutifs d'un matériau à partir d'une méthode basée sur une approche FEMU revient à un problème de minimisation. La détermination d'une solution à partir d'un essai mécanique se fait en plusieurs étapes dont chacune se base sur des hypothèses et amène des incertitudes (sur les données, le modèle, ...). Ces incertitudes se propagent et influencent fortement les incertitudes sur les paramètres identifiés. Cette section montre des choix possibles (sur l'essai, la mesure expérimentale, l'approche théorique de la simulation et de l'identification) et leur influence sur les incertitudes d'identification.

3.1 Le bruit d'image

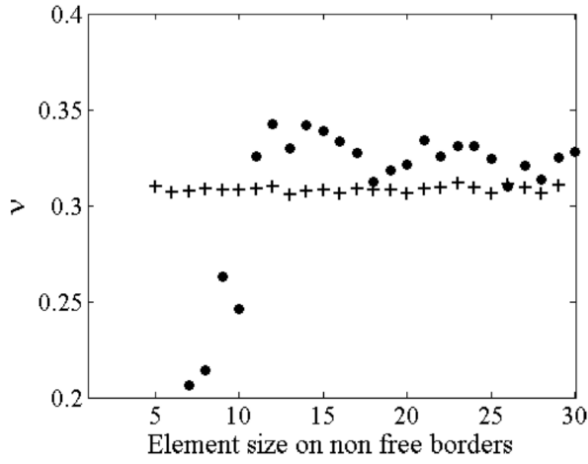
Cette partie est inspirée de [\[Réthoré, 2010\]](#).

La section 2.4 : *L'influence du bruit d'image* à la page 29 montre l'influence du bruit d'image sur le déplacement (voir les équations (1.9) - (1.16)). Le bruit d'image influence les paramètres d'identification différemment pour chaque méthode d'identification. Pour cela, on considère que les paramètres et les déplacements sont séparés en une partie sans bruit et une partie liée uniquement au bruit :

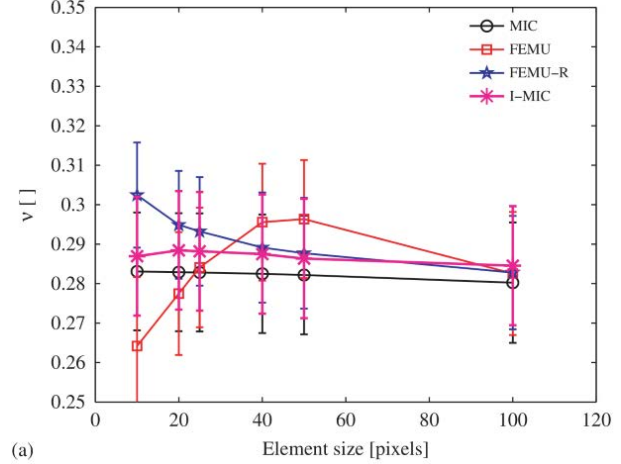
$$d\mathbf{p} = d\mathbf{p}^\circ + \delta\mathbf{p} \quad \text{et} \quad \mathbf{U}_{mes} = \mathbf{U}_{mes}^\circ + \Delta\mathbf{U}_{mes} \quad (2.26)$$

où $\delta \mathbf{p}$ et $\Delta \mathbf{U}_{mes}$ sont liés uniquement au bruit. Une caractéristique favorable pour toutes les méthodes d'identification basées sur la FEMU est qu'il n'y a pas d'erreur systématique [Réthoré, 2010] :

$$\langle \{\delta \mathbf{p}\} \rangle = 0 \quad (2.27)$$



(a) Leclerc et al. [2009] comparent l'approche FEMU-R (•) avec celle de MIC (+). La figure montre l'identification du coefficient de Poisson en fonction de la taille du maillage.



(b) Réthoré [2010] compare la FEMU, la FEMU-R, MIC et IMIC en identifiant le coefficient de Poisson pour différentes tailles d'éléments.

FIGURE 2.4 – Le bruit d'image : La robustesse de différentes méthodes par rapport au bruit d'image pour l'identification du coefficient de Poisson en fonction de la taille d'élément.

FEMU En exprimant les équations (2.3), (2.5) et (2.26), la propagation du bruit de déplacement aux paramètres constitutifs $\{\mathbf{p}\}$ revient à :

$$\langle \{\delta \mathbf{p}\} \{\delta \mathbf{p}\}^T \rangle = [\mathbf{M}_{FEMU}]^{-1} \left[\frac{\Delta \mathbf{U}_{sim}}{\Delta \mathbf{p}} \right] \langle \{\delta \mathbf{U}\} \{\delta \mathbf{U}\}^T \rangle \left[\frac{\Delta \mathbf{U}_{sim}}{\Delta \mathbf{p}} \right]^T [\mathbf{M}_{FEMU}]^{-1} \quad (2.28)$$

Ce qui revient d'après l'équation (1.16) à :

$$\langle \{\delta \mathbf{p}\} \{\delta \mathbf{p}\}^T \rangle = 2[\mathbf{M}_{FEMU}]^{-1} \left[\frac{\Delta \mathbf{U}_{sim}}{\Delta \mathbf{p}} \right] [\mathbf{M}_{DIC}]^{-1} \left[\frac{\Delta \mathbf{U}_{sim}}{\Delta \mathbf{p}} \right]^T [\mathbf{M}_{FEMU}]^{-1} \sigma^2 \quad (2.29)$$

où on rappelle que σ est l'écart-type du bruit d'image.

FEMU-R avec sa propagation de bruit d'image optimal [Leclerc et al., 2009] de :

$$\langle \{\delta \mathbf{p}\} \{\delta \mathbf{p}\}^T \rangle = 2[\mathbf{M}_{FEMU-R}]^{-1} \sigma^2 \quad (2.30)$$

On peut montrer que le même résultat s'applique avec les méthodes **MIC**, **IMIC** et **IMIC modifié**. On en conclut que ces méthodes ont la même robustesse au bruit.

La figure 2.4a montre la robustesse de la méthode d'identification MIC par rapport à celle de FEMU-R pour des éléments de petite tailles. Réthoré [2010] compare FEMU, FEMU-R, MIC et IMIC sur les valeurs identifiées de coefficient de Poisson en fonction de la taille des éléments en figure 2.4b. MIC et IMIC semblent plus robuste que la FEMU-R et encore plus que la FEMU. En terme de sensibilité par rapport au bruit d'image, c'est la FEMU-R qui montre les meilleurs résultats (voir la figure 2.5).

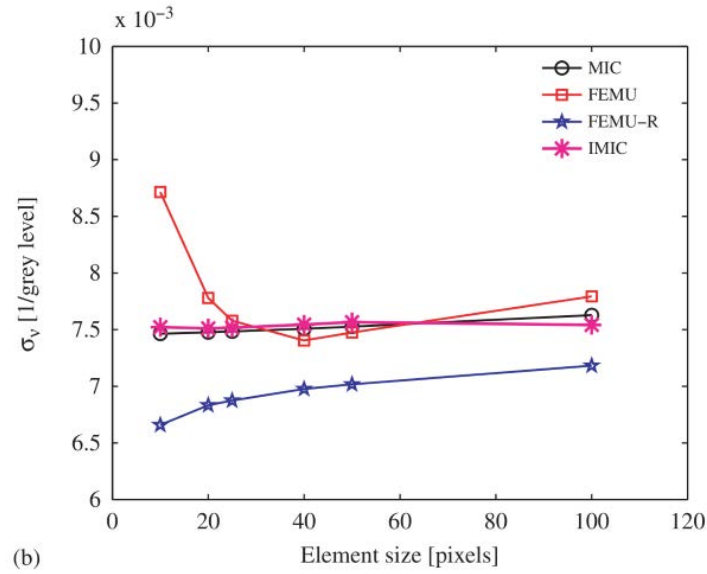


FIGURE 2.5 – La sensibilité par rapport au bruit d'image en fonction de la taille des éléments.

3.2 La fonction coût - amplification d'erreur par dérivation

Historiquement, dans l'identification paramétrique classique à partir des mesures locales par jauge de déformation, la grandeur mesurée était la déformation. La première idée pour une identification à partir de mesures de champ était de comparer les champs de déformation mesurés et ceux obtenus à partir du calcul d'un modèle théorique. Ensuite on réduit leur écart en modifiant itérativement les paramètres constitutifs du modèle [Molimard et al., 2005; Lecompte, 2007]. La plupart des méthodes de mesure de champs cinématique (à part la shearographie) fournissent un champ de déplacement. Ce champ doit donc être dérivé numériquement pour obtenir un champ de déformation. Ceci amène une amplification des erreurs de mesure qui n'est pas négligeable [Geers, 1996; Lecompte et al., 2007], surtout en cas d'identification de comportement élastique où le ratio de signal-bruit est faible. Il est possible de filtrer le champ de déplacement avant de le dériver afin de réduire l'amplification des incertitudes. Les champs cinématiques deviennent plus "lisses" par contre l'information ajoutée n'est pas de nature physique et n'apporte donc pas forcément un avantage pour l'identification. Ben Azzouna et al. [2013] conclut, après avoir étudié l'impact de différentes techniques de lissage et de différentes fonctions coût sur l'identification d'un modèle de plaque trouée, que (1) le fait d'utiliser une fonction coût basée sur les déplacements plutôt que les déformations améliore la précision des paramètres identifiés et que (2) le filtrage a posteriori des champs mesurés n'améliore pas les résultats d'identification. Pour éviter l'amplification d'erreur par dérivation, il est bien évidemment possible de comparer des champs de déplacements mais cela nécessite plus de prudence au niveau des conditions aux limites. Sztefek and Olsson [2008] par exemple comparent des champs de déplacement pour pouvoir identifier l'endommagement sur une plaque composite impactée.

3.3 La discrétisation de la mesure de champ cinématique - erreur de projection

Les différentes sources d'erreur liées à la mesure de champ cinématique sont décrites dans le chapitre 1. Une fois que le champ cinématique mesuré est obtenu, il est comparé au champ cinématique issu de la simulation. La simulation est souvent un calcul numérique par éléments finis qui nécessite une discrétisation de type Galerkin. Le domaine est discrétisé sous forme de maillage et le champ cinématique est un champ continu. Une mesure avec une description de la cinématique autre que celle de la simulation, ou simplement un échantillonnage de points de mesure différents des points de calcul, peut par conséquent amener des erreurs donc des incertitudes supplémentaires. Ces erreurs sont des erreurs de projection qui nécessitent de l'interpolation (et parfois de l'extrapolation quand il s'agit des nœuds aux bord. Une approche CIN

locale ne positionne pas ses points de calcul au bord mais à l'intérieur de l'imagette).

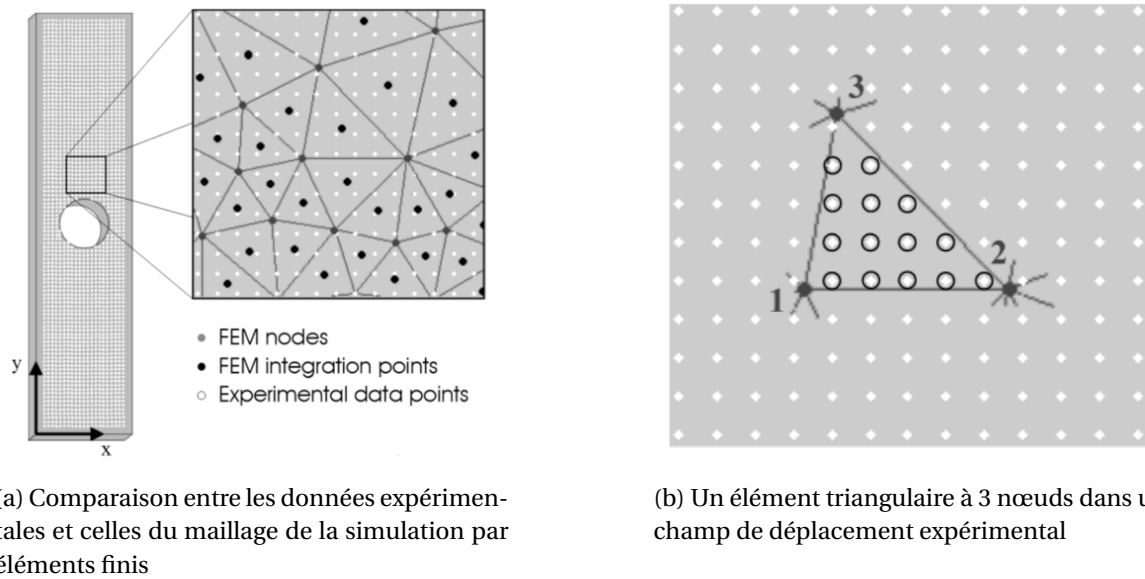


FIGURE 2.6 – Erreur de projection : comparaison d'après [Lecompte et al., 2005] entre des mesures indépendantes et une simulation continue par éléments finis. Les déplacements pour la mesure de champ cinématique sont obtenus avec une approche locale de la CIN.

Lecompte et al. [2005] compare un champ de déplacement obtenu par une approche locale de la CIN, avec le champ cinématique éléments finis (EF) de la simulation (voir la figure 2.6). Les déplacements nodaux d'un élément sont déterminés en minimisant la somme des écarts entre chaque point de mesure expérimental et son équivalent numérique obtenu grâce à l'interpolation avec ses fonctions de forme à l'intérieur de l'élément, par une méthode des moindres carrés. Le champ de déplacement est ensuite dérivé car la fonction coût compare les déformations. Ces erreurs de projection peuvent être évitées en utilisant la même base de description de la cinématique en simulation et en mesure (CIN-EF) comme par exemple proposé par [Leclerc et al., 2009].

3.4 Le maillage

Le maillage est également un élément qui joue sur la qualité de l'identification. C'est la base de la description de la cinématique qui apparaît à plusieurs endroits dans le processus d'identification. Le maillage est par exemple inévitable pour une simulation par éléments finis [Ladeveze and Leguillon, 1983; Zienkiewicz and Zhu, 1987; Babuvska and Rheinboldt, 1978]. Une interpolation sous forme éléments finis pour la mesure de champ cinématique (CIN-EF) nécessite également un maillage. Le maillage influence la qualité de la mesure et de la simulation, non seulement au niveau du champ cinématique mais aussi au niveau de la mesure et de l'application des conditions aux limites. Le maillage discrétise le domaine en éléments reliés entre eux par des nœuds. Le type (barre 1D; triangulaire, quadratique 2D; tétraèdre, hexaèdre 3D), la fonction d'interpolation (linéaire ou non), la distorsion et la densité jouent sur le résultat. Dans le cas de la simulation d'une plaque dans le plan sous hypothèse des contraintes constantes dans l'épaisseur on utilisera par exemple des éléments 2D comme le T3 ou le Q4. Cela serait aussi le choix pour une mesure CIN-EF de déplacement à partir des images 2D. Pour un meilleur résultat de simulation il est favorable de diminuer la taille des éléments ou d'augmenter leur degré, surtout dans des zones à forts gradients. En mesure par contre il faut absolument prendre en compte le compromis entre une bonne représentation de la cinématique (bonne résolution spatiale, par exemple avec des petits éléments) et de faibles incertitudes de mesure (grands éléments). Ce compromis est illustré dans le chapitre [Corrélation d'images et identification](#)

multi-échelles, voir la figure 3.7.

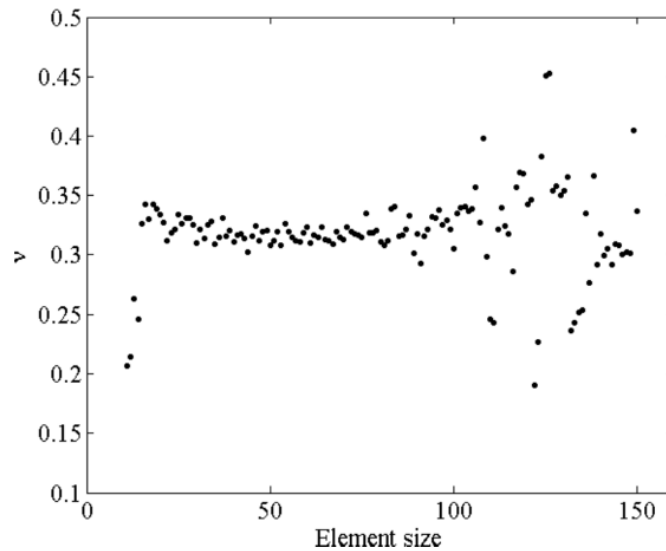


FIGURE 2.7 – Le maillage : identification du coefficient de Poisson en fonction de la taille du maillage [Leclerc et al., 2009].

Leclerc et al. [2009] identifient le coefficient de Poisson à partir d'une mesure en CIN-EF et une identification FEMU-R (et MIC par la suite). Ils évitent donc les erreurs de projection et montrent en figure 2.7 l'influence de la taille des éléments à partir d'une identification FEMU-R. Des maillages avec des éléments de grandes tailles représentent mal la cinématique et ceux de petites tailles mènent à des incertitudes élevées.

3.5 Les conditions aux limites

De manière générale, à part les méthodes intégrées (IMIC et IMIC modifié), les méthodes avec recalage proposent une procédure à deux étapes. La première est l'extraction des conditions aux limites pour ensuite pouvoir les appliquer au modèle éléments finis. La deuxième est la minimisation de la fonction coût afin d'identifier les paramètres constitutifs. Vu que l'on cherche à identifier le comportement mécanique qui représente au mieux la réalité, il est très important d'imposer dès le début les bonnes conditions aux limites (surtout si la fonction coût est basée sur l'écart de déplacement). L'extraction et l'application des conditions aux limites peuvent amener des erreurs qui par la suite affectent la qualité de l'identification.

Molimard et al. [2005]; Lecompte [2007] par exemple appliquent des conditions aux limites de type Neumann. En effet, ils appliquent la composante de l'effort résultant qui a été mesuré par la cellule d'effort pendant l'essai aux bords de l'éprouvette. L'inconvénient, d'une part, est qu'un éventuel glissement entre les mors et l'éprouvette n'est pas pris en compte par ce type de conditions aux limites et que d'autre part, la distribution de l'effort le long du bord n'est pas connue. L'effort est donc appliqué comme résultante globale ou pratiquement réparti de manière uniforme sur les nœuds du bord. Or en réalité, la distribution d'effort est souvent non uniforme.

L'influence des conditions aux limites est encore plus pertinente si on compare des champs de déplacements au lieu de comparer des champs de déformations. Cela est dû au mouvement de corps rigide qui apparaît dans des champs de déplacement et non dans les champs de déformation (la dérivée élimine la partie constante). Sztefek and Olsson [2008] et Robert et al. [2011] par exemple mesurent le champ de déplacement cinématique avec une approche locale de la CIN. Ensuite ils imposent les déplacements (conditions aux limites de type Dirichlet) aux bords de la région d'intérêt définie sur la partie intéressante de l'éprouvette, sur les nœuds équivalents du modèle éléments finis. L'approche locale de la CIN fournit des déplacements sur

une grille de mesure relativement dense. Puis, pour imposer les déplacements au modèle éléments finis, les résultats expérimentaux sont interpolés aux points de mesure pour estimer les valeurs nodales. Cette méthode est plus représentative de la réalité que d'appliquer le déplacement mesuré par la machine de traction aux nœuds du bord en haut (et bloquer le déplacement vertical aux nœuds du bord en bas) mais reste quand même entaché d'erreur d'interpolation (et bien sûr des inévitables erreurs de mesure). [Leclerc et al. \[2009\]](#) par exemple mesurent les déplacements par CIN-EF et donc avec la même base de description de la cinématique que la simulation, par éléments finis. Ils évitent l'erreur d'interpolation. Comme pour toute mesure par CIN-EF imposant le compromis incertitude/résolution spatiale, la qualité des conditions aux limites dépend donc de la taille des éléments. Les résultats de cette étude sur l'identification du coefficient de Poisson est présentée en figure 2.7.

[Réthoré \[2010\]](#) illustre la problématique de l'influence de la taille des éléments sur les conditions aux limites en figure 2.8. Pour des petits éléments ($10px$) les déplacements sont entachés d'erreur de mesure. Pour des grands éléments ($200px$) la cinématique n'est plus représentative de la réalité. On retrouve donc le compromis qui doit être fait par l'utilisateur entre la résolution spatiale et les incertitudes de mesure. Cet exemple illustre bien que le résultat obtenu à la fin, la valeur du coefficient de Poisson, dépend fortement de la qualité (incertitudes et résolution spatiale) des conditions aux limites, de la taille des éléments du maillage et aussi du choix de l'approche d'identification.

[Réthoré et al. \[2013\]](#) proposent aussi une autre stratégie : ils appliquent des conditions aux limites de type Neumann en profitant de l'information obtenue grâce à la mesure par CIN. Une première mesure CIN permet d'accéder aux déplacements des bords et, avec les paramètres initiaux, de faire un premier calcul éléments finis. En multipliant la matrice de rigidité construite avec les déplacements calculés, [Réthoré et al. \[2013\]](#) obtiennent accès aux efforts de réaction nodaux et surtout à leurs distribution aux bords du maillage. L'effort résultant mesuré pendant l'essai par la cellule d'effort est ensuite réparti de la même manière que cette distribution de réaction pour démarrer la procédure d'identification.

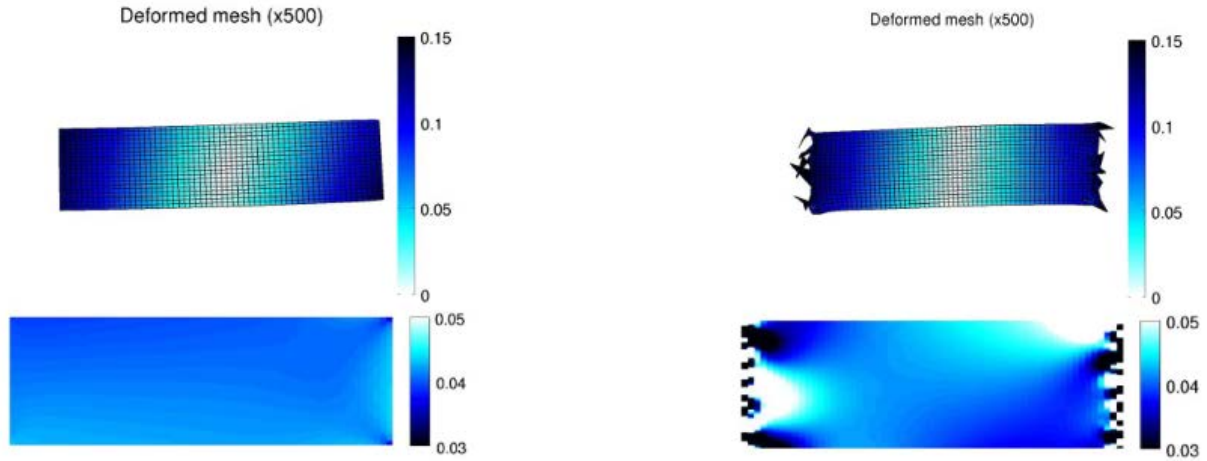
Les méthodes d'application des conditions aux limites présentées jusqu'ici s'appliquent à des cas de tractions et de déformations planes. Les efforts ou déplacements sont imposés uniquement sur les nœuds des bords non libres. Pour une déformation hors-plan comme par exemple pour un essai de compression ou pour un chargement avec des moments imposés, une seule rangée de nœuds pour appliquer des conditions aux limites peut ne pas être suffisante pour simuler un cas en restant suffisamment proche de la réalité pour identifier correctement les paramètres constitutifs. [Sztefek and Olsson \[2009\]](#) par exemple imposent comme conditions cinématiques mesurées les déplacements plans et hors-plans sur les nœuds du bord de leur maillage et rajoutent les déplacements hors plans sur toute la zone à l'intérieur du maillage à part celle où ils cherchent à identifier l'endommagement (voir la figure 2.9).

3.6 La forme de la structure

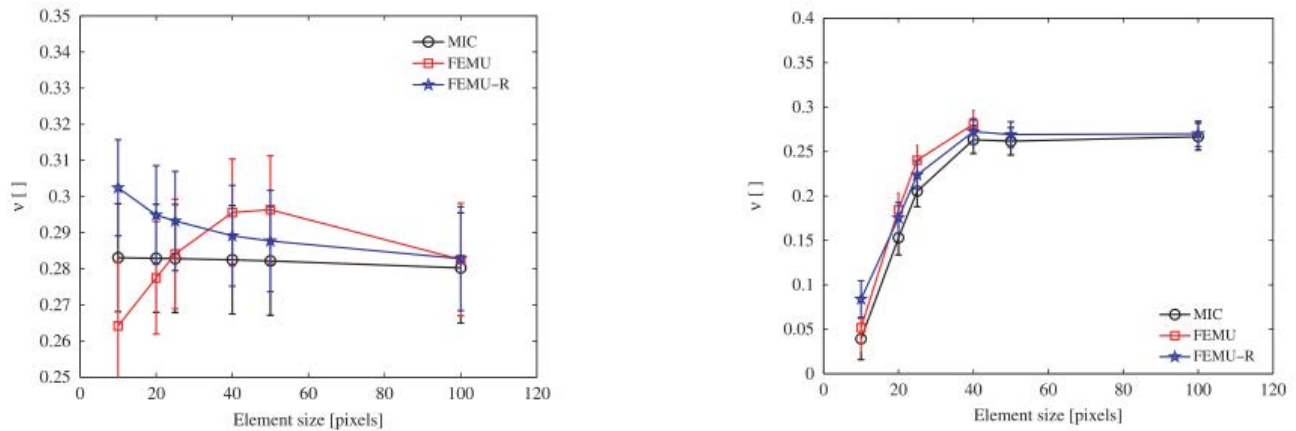
Enfin, l'essai en lui même doit être bien défini pour pouvoir identifier correctement les paramètres constitutifs. Pour pouvoir identifier plusieurs paramètres avec un seul essai, il est nécessaire de produire un champ cinématique qui est suffisamment influencé par chacun de ces paramètres. Pour se retrouver avec un problème de minimisation avec un minimum global, il est favorable que chaque paramètre influence le champ cinématique avec la même importance. Les cartes de sensibilités montrent à quel endroit et avec quel poids un champ cinématique est sensible à un certain changement de paramètre.

[Pottier \[2010\]](#) résume dans ses travaux de thèse les différentes géométries de la littérature qui ont été utilisées pour identifier des paramètres constitutifs (voir la figure 2.10). Les formes représentées en figure 2.10 (j-l) et en figure 2.10 (o) sont sollicitées par des efforts bi-axiaux. Les autres éprouvettes sont sollicitées en unidirectionnel.

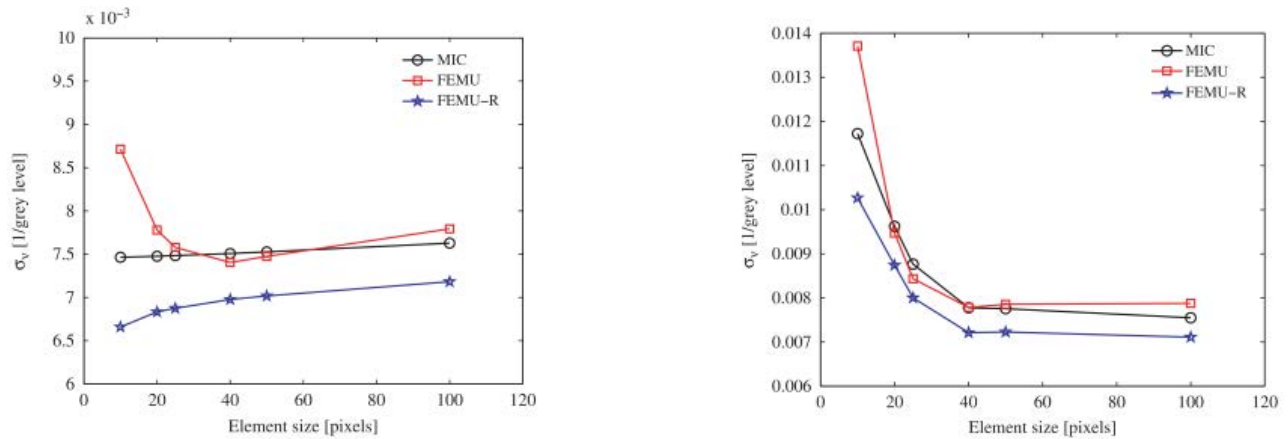
[Robert et al. \[2011\]](#) montrent l'influence de la géométrie de l'éprouvette sur l'identification d'un comportement elasto-plastique à partir de la CIN et de la FEMU. La géométrie semble avoir un impact plus important sur l'identification des paramètres constitutifs que (i) le choix des incréments de l'essai (charges et déplace-



(a) La norme du déplacement en pixel (en haut) et la déformation longitudinale (en bas). Amplification x500.



(b) Identification du coefficient de Poisson en fonction de la taille des éléments.



(c) Sensibilité au bruit d'image.

FIGURE 2.8 – Réthoré [2010] teste l'influence du maillage pour l'obtention des conditions aux limites (CL). Différentes approches d'identification (FEMU, FEMU-R et MIC) sont comparées sur un essai de traction à partir duquel le coefficient de Poisson est identifié. Sur les figures de gauche, les CL sont tirées d'un maillage grossier avec des éléments de $200px$ et ensuite appliquées aux bords du maillage raffiné par interpolation. Sur les figures de droite les CL sont obtenues (et appliquées) avec un maillage raffiné de $10px$. Cet exemple illustre l'impact du fameux compromis entre soit des faibles incertitudes de mesures (à gauche) soit une faible résolution spatiale (à droite) au niveau des CL.

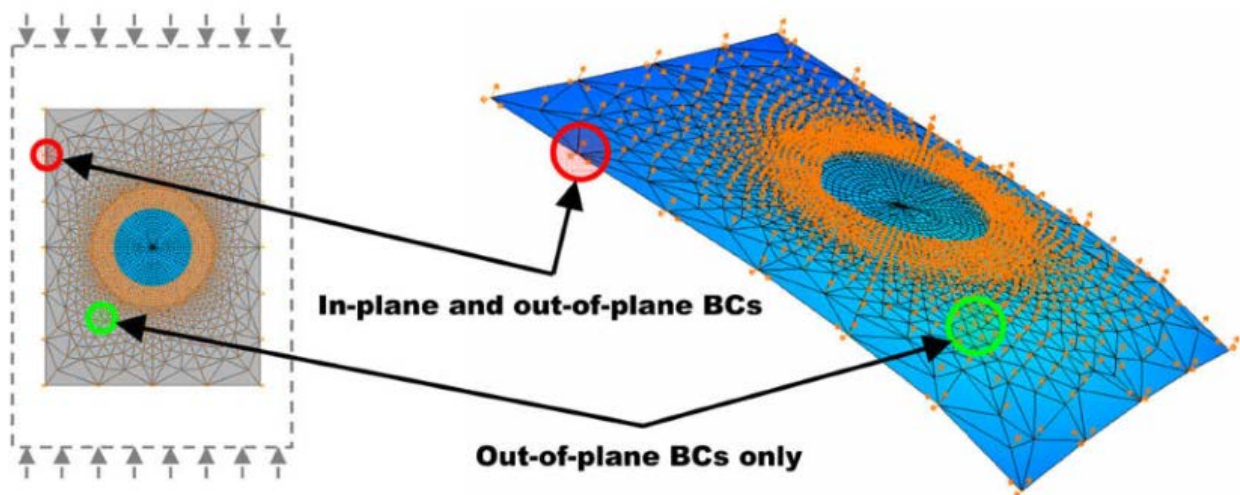


FIGURE 2.9 – Sztefek and Olsson [2009] appliquent des conditions aux limites non seulement sur les nœuds du bord mais aussi sur certains nœuds internes du modèle éléments finis.

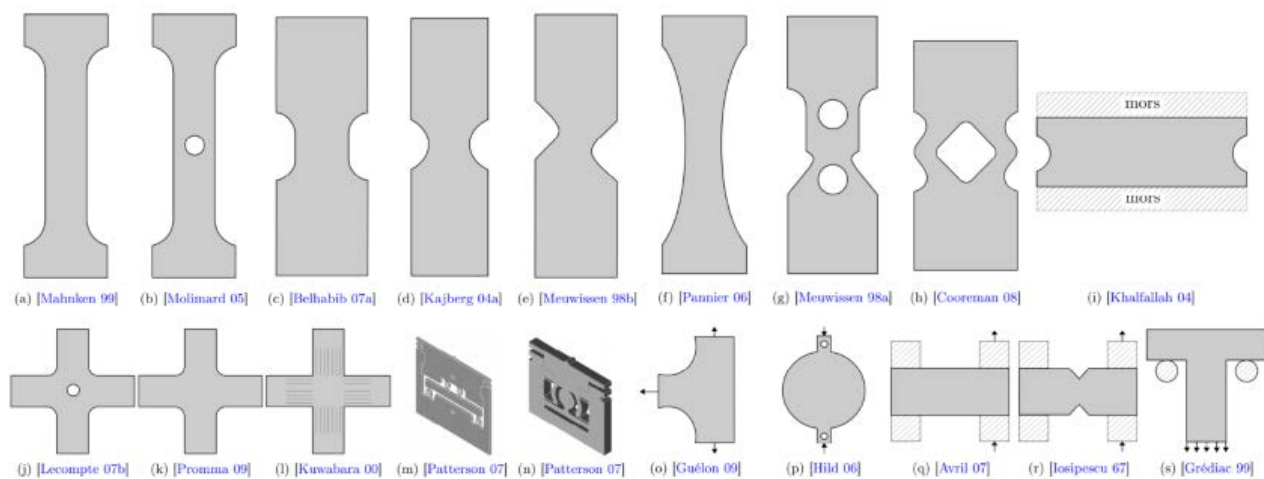


FIGURE 2.10 – Différents géométries pour identifier des paramètres constitutifs qui existent dans la littérature. Résumée par [Pottier, 2010].

ments expérimentaux), (ii) le choix de la région d'intérêt dans laquelle on va comparer les déplacements à travers la fonction coût ou (iii) les incertitudes de mesure de la CIN, qui, au final, ont un impact sur les paramètres identifiés de plus ou moins 5%. La géométrie de Haddadi [Belhabib et al., 2008] semble plus adaptée à la problématique que la géométrie de Meuwissen [Meuwissen, 1998] car elle présente une distribution de la déformation plus hétérogène sur toute la plage de déformation que celle de Meuwissen où les gradients de déformation sont très localisés.

La géométrie de la plaque trouée se trouve souvent dans la littérature. D'une part c'est une géométrie qu'on retrouve souvent dans des structures (assemblages), d'autre part c'est une géométrie intéressante pour le "virtual testing" [Hallett et al., 2009] car sa propagation d'endommagement dépend fortement du matériau et/ou du drapage. La géométrie est également adaptée à une identification des quatre paramètres élastiques dans le plan.

4 Bilan

Dans ce chapitre nous avons présenté quelques méthodes d'identification permettant l'exploitation de champs cinématiques [Avril et al., 2008a]. Certaines de ces méthodes sont plus dédiées aux mesures de champs et à l'identification rapide (et précise) de paramètres élastiques (e.g., Virtual Field Method, VFM). Toutefois, la connaissance du champ de déplacement dans tout le domaine est requise. L'identification de propriétés à partir de simulation 3D et de mesures en surface n'est donc pas évidente. A contrario, le recalage de modèle éléments finis (FEMU) ressort comme une technique relativement simple à développer, particulièrement générique et de plus non intrusive. Une méthode basée sur la FEMU est par exemple capable d'identifier des paramètres à partir de données qui ne sont disponibles que sur une portion de la surface [Réthoré et al., 2013], ce qui est le cas si on effectue une mesure cinématique en champ proche. De plus, si la méthode permet d'exploiter des mesures de champs, elle permet également de tirer partie de toute mesure cinématique et statique disponible. Enfin, c'est une méthode polyvalente qui permet d'utiliser n'importe quel type de modèle de matériau, et n'importe quel logiciel EF (y compris des logiciels commerciaux et donc fermés). La performance de ce type de méthode est malheureusement liée à de nombreux facteurs : conditions aux limites, taille des éléments, incertitudes de mesures, projections, etc.

Dans cette thèse, nous cherchons à utiliser la FEMU avec des champs cinématiques issus d'une CIN. Notre choix s'est naturellement orienté vers la **FEMU-R**, qui avec MIC et I-MIC, fait partie de la famille des méthodes optimales vis-à-vis du bruit [Réthoré, 2010]. Par ailleurs, comme indiqué, nous utiliserons des mesures issues de CIN-EF (qui évitent d'une part les erreurs de projection et diminuent d'autre part les incertitudes de mesure). Le chapitre 1 "[Corrélation d'images numériques](#)" nous a de plus montré que l'utilisation d'une **mesure en champ proche** est avantageuse car les incertitudes de mesure CIN sont réduites (grâce au bon rapport du nombre de pixels par élément, le maillage étant fixé par ailleurs). Ceci permet potentiellement d'utiliser le maillage optimisé pour la simulation. Enfin, pour éviter une amplification du bruit (par dérivation numérique) dû aux incertitudes de mesure, on comparera des **déplacements** dans la **fonction coût** (et non des déformations).

L'identification des modules nécessite toutefois obligatoirement **la connaissance des quantités statiques** autour de cette zone de champ proche. Dans le cas de structures, cette région ne couvrant pas toute la surface, il n'est pas possible d'accéder à ces informations. Une identification des modules à partir de cette seule mesure **cinématique en champ proche** n'est donc pas possible. Aussi, dans le chapitre suivant, nous nous proposons de mettre en place une approche multi-échelles. L'idée est de mesurer également le champ de déplacement à l'échelle de la structure. Ces mesures servent ensuite à appliquer des conditions aux limites représentatives, et à accéder ensuite aux résultantes mécaniques sur les bords de la structure. Ces dernières sont alors comparables aux données fournies par la cellule d'efforts. Même si dans cette thèse notre choix s'est orienté vers la FEMU, rien n'empêche *a priori* d'étendre cette technique à d'autres techniques d'identification. Par la suite on propose une approche d'identification à deux échelles (théoriquement applicable à multi-échelles) avec une approche CIN-EF/FEMU-R pour réduire les incertitudes d'identification des paramètres constitutifs.

Corrélation d'images et identification multi-échelles

Sommaire

1	Images synthétiques mécaniques multi-échelles	66
1.1	Synthèse d'images mécaniques multi-échelles	66
1.2	Analyse séparée d'images de multi-résolution	67
2	Mesure de champs multi-échelles	70
2.1	Le recalage par fonction analytique de 4 modes	72
2.2	Le recalage par homographie	72
2.3	Initialisation du recalage d'images	76
2.3.1	Initialisation manuelle	76
2.3.2	Initialisation SIFT	77
3	Identification multi-échelles	77
3.1	Recalage par éléments finis à partir de la mesure de champ multi-échelles	77
3.2	Analyse <i>a priori</i> de la robustesse de l'identification	78
4	Conclusion	79

Pour la plupart des méthodes de mesure de champs cinématiques et en particulier pour la Corrélation d'Images Numériques (CIN), les incertitudes sont liées à la résolution spatiale de la mesure. Dans le cas de la CIN les incertitudes de mesure diminuent si la résolution d'image [px/mm] augmente. Pour s'affranchir du difficile compromis résolution spatiale/incertitude, une approche multi-échelles est ici proposée. Une mesure est effectuée à l'échelle (traditionnelle) de l'éprouvette ou de la structure, que l'on appellera mesure en *champ lointain*. Une mesure complémentaire en *champ proche*, qui utilisera le maillage du champ lointain, permet ainsi d'améliorer la résolution spatiale et par conséquent de diminuer les incertitudes de mesures.

La corrélation d'images numériques éléments finis (CIN-EF) permet de réduire les incertitudes de mesure suite à la contrainte de continuité imposée *a priori* sur le champ de déplacement [Besnard et al., 2006; Hild and Roux, 2012]. De plus, elle fournit la même base cinématique pour la simulation et la mesure. Ceci a deux conséquences : d'une part la disparition des erreurs de projection [Lecompte, 2007] et d'autre part des erreurs de modèle si on souhaite comparer directement les résultats de la simulation et de la mesure. Pour tirer parti de ces avantages, la discrétisation de la surface observée sous forme de maillage éléments finis doit être la même quelque soit l'échelle d'observation. La mesure à deux échelles nécessite donc une transformation précise de l'image d'une échelle à l'autre. En effet, à chaque échelle, les nœuds doivent être placés aux mêmes positions par rapport à l'objet et donc à la texture observée sur l'image. Pour pouvoir positionner le maillage sur deux images à deux échelles différentes, deux méthodes de «recalage d'image» sont proposées ici.

D'autre part, le recalage de modèle éléments finis est utilisé comme méthode d'identification à partir de cette approche de mesure de champs multi-échelles. Itérativement, le résultat du modèle éléments finis est recalé à la mesure en modifiant les paramètres du modèle et en minimisant l'écart entre calculs et mesures, formulé dans la fonction coût. Pour éviter d'ajouter des erreurs liées à la dérivation numérique du déplacement pour obtenir la déformation, les travaux suivants se basent sur une comparaison du déplacement. Cela évite une éventuelle amplification du bruit de mesure. La mesure cinématique à l'échelle de la structure (champ lointain) fournit des conditions aux limites adéquates à la simulation et la mesure cinématique à l'échelle du champ proche fournit, avec la résultante de l'effort, les éléments de comparaison pour la fonction coût.

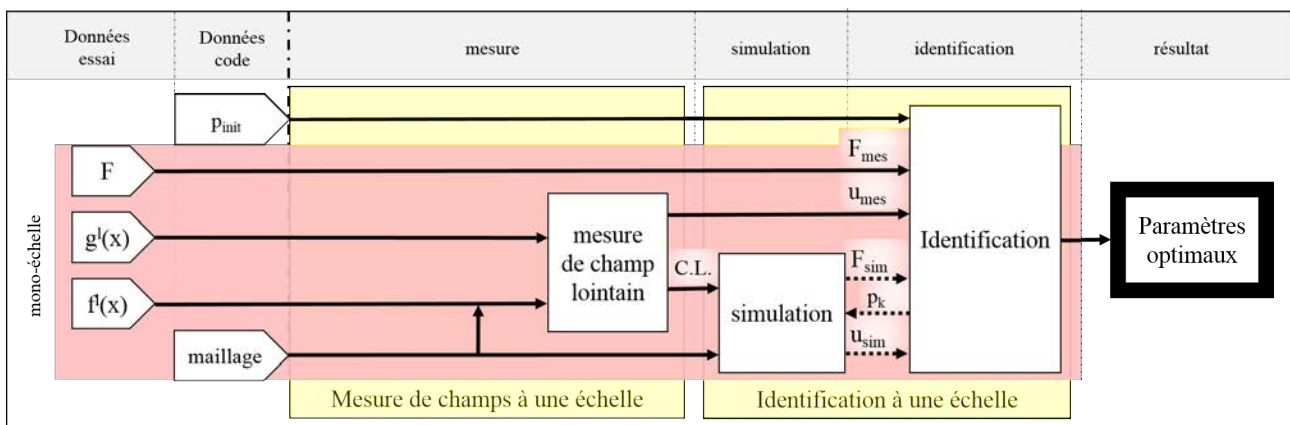


FIGURE 3.1 – Schéma d'identification à partir de la mesure de champ en mono-échelle.

Le principe de base de l'identification à partir de mesure de champs comme proposé dans cette thèse est schématisé en figure 3.1. La mesure de champs se fait à partir des images de l'objet à l'état de référence et aux états déformés sous différents chargements. Elle fournit les conditions aux limites (C.L.) pour la simulation et la cinématique (\mathbf{u}_{mes}) pour l'identification. La simulation fournit des champs cinématiques (\mathbf{u}_{sim})

qui dépendent des valeurs des paramètres qui sont requis par la loi de comportement. De plus elle fournit aussi l'effort extérieur nécessaire pour une telle déformation : l'effort de réaction $\|\mathbf{F}_{sim}\| = \|\mathbf{[K]}\mathbf{u}_{sim}\|$ où $\mathbf{[K]}$ est la matrice de rigidité et \mathbf{u}_{sim} le vecteur qui contient les déplacements nodaux. L'identification à partir du recalage de modèle éléments finis est initiée avec un jeu de paramètres \mathbf{p}_{init} . Ensuite une boucle d'optimisation diminue itérativement le résidu entre la mesure et la simulation de la cinématique et de la charge en adaptant les paramètres \mathbf{p}_k à chaque itération.

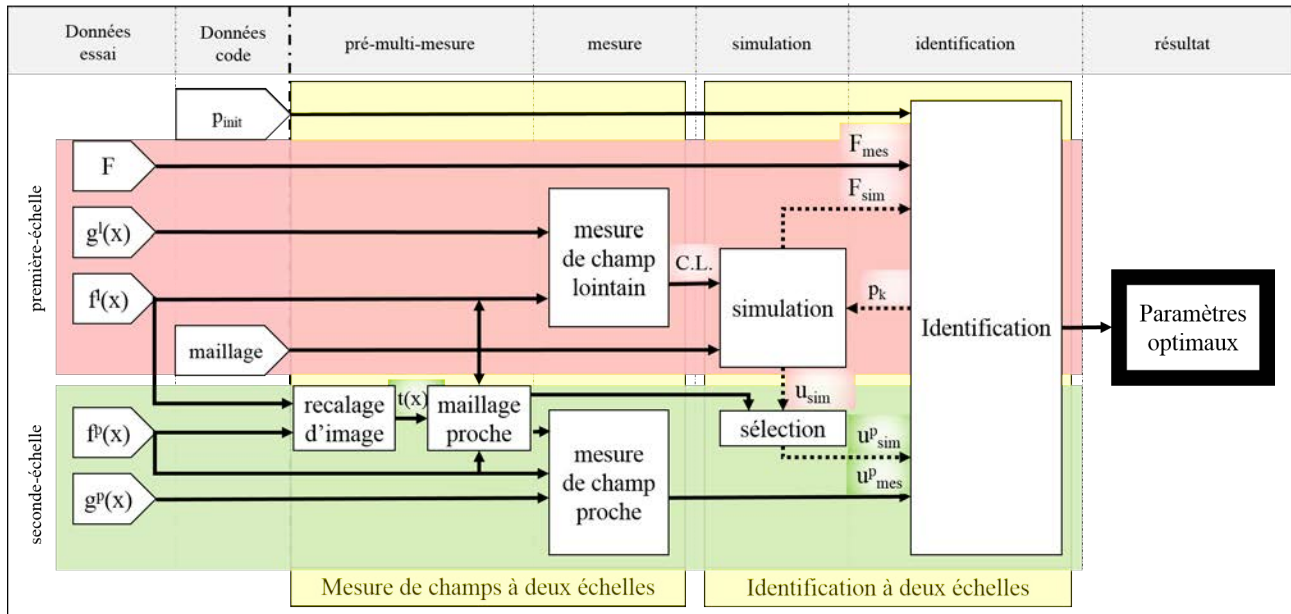


FIGURE 3.2 – Schéma d'identification à partir de la mesure de champ en multi-échelles.

La figure 3.2 ajoute les aspects multi-échelles au schéma de la figure 3.1. Une deuxième paire d'images à l'échelle proche est ajoutée en entrée. Le traitement des données est complété par des éléments en «Mesure de champs à deux échelles» et en «Identification à deux échelles» qui sont détaillés par la suite dans ce chapitre. Ce chapitre présente donc les principes de l'approche multi-échelles pour la mesure de champs et ensuite pour l'identification de paramètres constitutifs, et leur validation. Afin de maîtriser les images relatives aux essais, nous travaillons ici avec des images synthétiques. En premier lieu, la synthèse d'images multi-échelles à partir d'un champ analytique mécanique est expliquée. Grâce à ces images, on obtient une idée des incertitudes suivant le degré de discrétisation et l'échelle. Puis deux procédés de recalage d'images sont proposés et validés. La dernière partie est dédiée à l'identification impliquant la mesure à deux échelles.

1 Images synthétiques mécaniques multi-échelles

Les images utilisées dans cette partie sont synthétisées à partir d'un champ de déplacement mécanique analytique. Leur construction est détaillée en section 1.1. Il est ensuite possible de quantifier les erreurs de mesures, suivant les échelles considérées, dans la section 1.2.

1.1 Synthèse d'images mécaniques multi-échelles

L'idée principale est de construire une série d'images synthétiques pour pouvoir estimer l'écart entre les champs mesurés et les champs imposés. La série d'images mouchetées est obtenue avec le logiciel Tex-Gen [Orteu et al., 2006]. Ce logiciel a été développé pour créer des images synthétiques de mouchetis qui simulent des mouchetis adaptés à la corrélation d'images et les plus réalistes possibles. Ce type d'image est notamment utilisé par les membres du GDR 2519 (*Mesure de champs et identification en mécanique des solides*, voir la note en bas de la page 12 à du chapitre 1.) afin d'estimer les erreurs de mesure en corrélation d'images [Bornert et al., 2009; Amiot et al., 2013]. Des images synthétiques déformées peuvent également être créées avec *a priori* n'importe quel champ de déplacement analytique. Des détails de l'algorithme du générateur d'images peuvent être trouvés dans [Orteu et al., 2006]. Il est simplement à noter que la fonction cohérente du bruit de Perlin [Perlin, 1985] est utilisée pour créer une fonction de texture continue η :

$$\begin{aligned} \eta: [-1, 1]^2 &\rightarrow [0, 1] \\ (x, y) &\rightarrow \eta(x, y). \end{aligned}$$

L'image mouchetée est générée par une projection photométrique et une numérisation en 8-bit de la fonction de texture calculée pour chaque pixel entier de l'image. L'intégration de la fonction de texture sur le domaine qui correspond à la région sensible d'un pixel est faite par une technique de super échantillonnage pour simuler le facteur de remplissage du pixel. Une image mouchetée de référence, représentée par une fonction de niveau de gris $f(\mathbf{x})$ avec $\mathbf{x} = (x, y)$ est générée en premier. Puis l'image mouchetée déformée $g(\mathbf{x})$ est générée en appliquant une transformation t en utilisant la conservation du flot optique :

$$g(\mathbf{x}) = f(t^{-1}(\mathbf{x})), \quad \text{avec} \quad t(\mathbf{x}) = \mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x}), \quad (3.1)$$

où la fonction du champ de déplacement \mathbf{u} doit être une fonction analytique \mathcal{C}^1 pour assurer le calcul de t^{-1} grâce à un algorithme itératif de recherche d'un zéro d'une fonction. Il est à noter que t est appliquée à la fonction continue de texture η , et non à la valeur du pixel (e.g. niveau de gris discret) de $f(\mathbf{x})$. Puis, la texture continue déformée obtenue par l'équation (3.1) est liée à l'image déformée générée. Par rapport aux procédures classiques de génération d'images basées sur des techniques d'interpolation des niveaux de gris aux pixels non entiers de l'image déformée (dans l'espace réel ou dans l'espace de Fourier [Schreier et al., 2000]), cette méthode est connue pour limiter les erreurs liées à l'interpolation. Afin de réaliser un test mécanique virtuel, le déplacement \mathbf{u} est calculé à partir d'une solution analytique \mathbf{u}^L d'une plaque orthotrope trouée infinie en traction éloignée. La solution théorique de ce problème a été proposée dans [Lekhnitskii et al., 1968] et a été déjà utilisée pour l'identification paramétrique de modèle de comportement dans [Molimard et al., 2005]. Les quatre paramètres orthotropes sont $E_l = 60\text{GPa}$, $E_t = 56\text{GPa}$, $G_{lt} = 4,26\text{GPa}$ et $\nu_{lt} = 0,049$, le rayon du trou est de $r = 2\text{mm}$ et la contrainte appliquée est de $\sigma_\infty = 100\text{MPa}$. Une première paire d'images de $1000 \times 1000\text{px}$ ($f^l(\mathbf{x})$, $g^l(\mathbf{x})$) est générée avec une résolution de $26\mu\text{m}$ par pixel (voir la figure 3.3 de gauche). Cette paire d'images correspond au champ lointain car le champ de vue (Field Of View ou FOV) est de 26mm de large. Une deuxième paire d'images de $1000 \times 1000\text{px}$ ($f^p(\mathbf{x})$, $g^p(\mathbf{x})$) est générée, mais avec une résolution de $5,2\mu\text{m}$ par pixel (5 fois plus grande). Celles-ci correspondent aux images de champ proche avec un FOV de $5,2\text{mm}$ de large. La taille caractéristique des taches est de $34\mu\text{m}$, ce qui correspond à $1,3\text{px}$ dans les images de champ lointain et $6,5\text{px}$ dans celle de champ proche. Ces taches (figure 3.3) sont par conséquent sous- ou supra-optimales d'après [Sutton et al., 2009]. Les champs de déplacements correspondants en champ lointain et en champ proche sont montrés en figure 3.4.

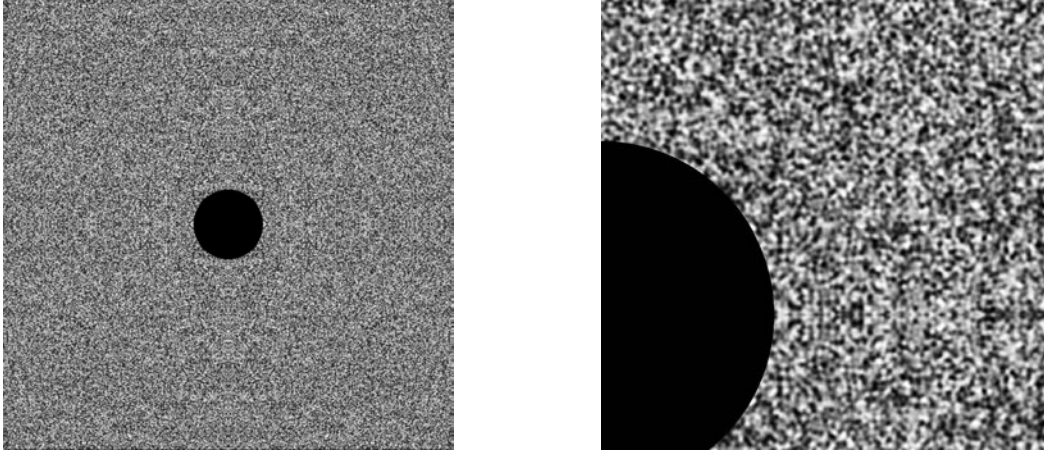


FIGURE 3.3 – Image de référence générée avec TexGen pour le champ lointain $f^l(\mathbf{x})$ (à gauche) et le champ proche $f^p(\mathbf{x})$ (à droite). L'image à droite est donc un zoom sur la fonction de bruit continue qui a servi à créer l'image $f^l(\mathbf{x})$ qui est représentée à gauche. La discrétisation est donc juste plus fine sur l'image de droite.

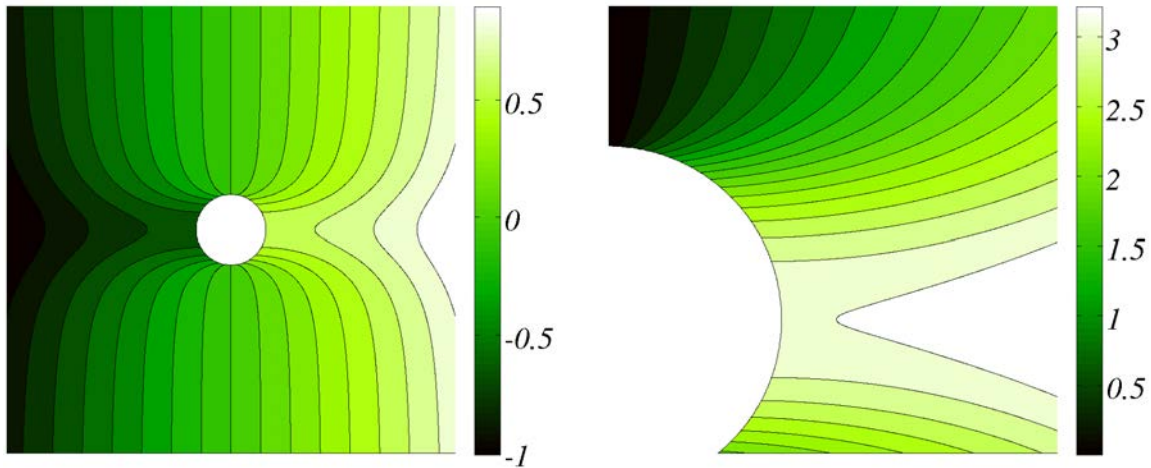


FIGURE 3.4 – Composante horizontale (en x) du champ de déplacement en pixel, en champ lointain (à gauche) et en champ proche (à droite).

1.2 Analyse séparée d'images de multi-résolution

Comme évoqué auparavant (voir la section 2.5 : Les incertitudes de mesure du chapitre 1 : Corrélation d'images numériques), en CIN, les incertitudes de mesures totales peuvent être vues comme une compétition entre l'erreur ultime (qui est l'erreur résiduelle lorsque la déformation réelle dans l'image est incluse dans le modèle cinématique sous-jacent à l'algorithme de CIN) et l'erreur de modèle (lorsque la cinématique de la CIN ne peut modéliser la déformation réelle de l'image) [Bornert et al., 2009; Réthoré et al., 2010a]. De connaître le champ de déplacement exact \mathbf{u}_{ref} (voir section 1.1), rend possible le calcul de l'erreur aléatoire associée à la carte de résidu de mesure $\Delta \mathbf{u} = \mathbf{u}_{mes} - \mathbf{u}_{ref}$ comme :

$$\sigma(\Delta \mathbf{u}) = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\Delta \mathbf{u}_i - \mu)^2} \quad (3.2)$$

où le biais μ s'écrit :

$$\mu = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \Delta \mathbf{u}_i \quad (3.3)$$

où m est le nombre de points de mesure, par exemple le nombre de nœuds du maillage éléments finis dans la ROI. Le terme de résidu $\Delta \mathbf{u}$ dépend des incertitudes choisies : (Pour plus d'informations sur les erreurs, voir la section 2.5 *Incertitudes de mesure en CIN* à la page 30)

— **L'erreur de modèle.**

$$\sigma^{mod} = \sigma(\mathbf{u}_{proj} - \mathbf{u}_{ref}^L) \quad (3.4)$$

Où \mathbf{u}_{ref}^L est le champ de déplacement analytique d'après [Lekhnitskii et al., 1968] et \mathbf{u}_{proj} est la discrétisation dans le sous-espace éléments finis de ce champ de déplacement \mathbf{u}_{ref}^L . σ représente l'écart-type.

— **L'erreur ultime.**

$$\sigma^{ult} = \sigma(\mathbf{u}_{meas} - \mathbf{u}_{ref}^{shift}) \quad (3.5)$$

Où $\mathbf{u}_{ref}^{shift} = 0.5px$ est le déplacement de corps rigide imposé aux images de référence $f^l(\mathbf{x})$ et $f^p(\mathbf{x})$ et \mathbf{u}_{meas} est le déplacement mesuré.

— **L'erreur totale.**

$$\sigma^{tot} = \sigma(\mathbf{u}_{meas} - \mathbf{u}_{ref}^L) \quad (3.6)$$

Cette analyse a priori de performance est réalisée avec les deux FOV en fonction de la taille caractéristique des éléments du maillage (qui correspond à la taille de la fenêtre de corrélation, c'est-à-dire la *resolution spatiale* pour des approches locales). Pour cela une série de onze maillages non-structurés éléments finis sont générés avec GMSH [Geuzaine and Remacle, 2009]. Leurs tailles d'éléments sont plutôt proches de la valeur moyenne qui se situe de $78\mu m$ à $5mm$, comme le montre la figure 3.5. Le maillage est ajusté à l'image de champ lointain et transféré à l'image de champ proche grâce à l'inverse de l'homographie optimisée $(\mathbf{H}^*)^{-1}$ comme décrit dans la section 2.2 suivante. Comme cela, le même maillage est utilisé pour l'analyse des images en champ proche et celle des images en champ lointain. La figure 3.6 présente l'évolution des erreurs systématiques (biais, voir l'équation 3.3) ultime, de modèle et totale en millimètre en fonction de la taille des éléments pour le champ proche (en rouge) et le champ lointain (en noir) à partir des images $f^l(\mathbf{x})$, $g^l(\mathbf{x})$, $f^p(\mathbf{x})$, $g^p(\mathbf{x})$ générées par TexGen avec un champ de déplacement d'après Lekhnitskii ou simplement translatées de $0,5 px$ pour l'erreur ultime et . La figure 3.7 présente également l'évolution des erreurs ultime, de modèle et totale mais cette fois-ci en erreur aléatoire (voir l'équation 3.2), également à partir des mêmes images.

Pour les analyses de champ proche et de champ lointain à partir des images Lekhnitskii on regarde l'erreur systématique. On observe une erreur ultime qui est sensiblement constante. Cela est en accord avec la constatation qui a été faite à partir du code 1D à la page 35 en section 3.2.3 : faible augmentation de l'erreur de modèle et de l'erreur ultime avec l'augmentation de la taille des éléments. On peut également observer que l'erreur totale est parfois inférieure à l'erreur ultime. On s'intéresse maintenant aux erreurs aléatoires présentées figure 3.7 : si les analyses de champ proche et de champ lointain sont considérées indépendamment, on peut observer que plus la taille des éléments augmente, plus l'erreur ultime diminue et au contraire, plus l'erreur de modèle augmente. Le compromis évoqué précédemment se voit dans le graphique de cette figure car l'erreur totale se déduit de la compétition de ces deux comportements anti-thétiques.

Maintenant, si on compare les courbes de champ proche et de champ lointain on observe que les erreurs de modèle suivent la même tendance. En théorie elles devraient être alignées car cette erreur dépend simplement de la taille physique du maillage (mm). En pratique ce n'est pas exactement le cas car le nombre d'éléments et la zone avec laquelle l'erreur est calculée n'est pas le même en champ proche qu'en champ lointain comme le montre la figure 3.5. Par contre, pour une taille d'élément donnée, l'erreur ultime associée à l'image de champ proche est beaucoup plus faible que celle associée à l'image de champ lointain. Ce gain peut être expliqué simplement par le ratio de la résolution d'image entre champ proche et champ lointain. Comme résultat, l'erreur totale est évidemment déplacée par le même ratio le long de la direction

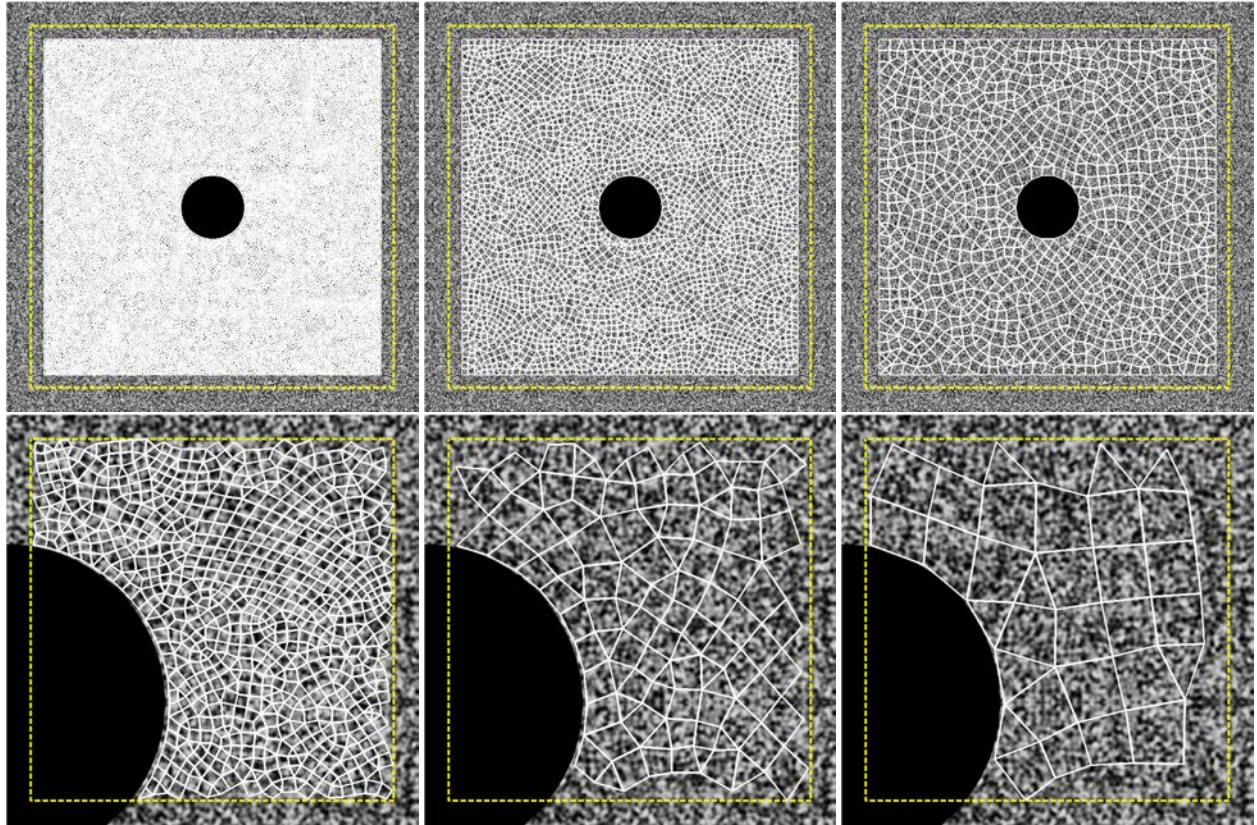


FIGURE 3.5 – Exemples de maillages non-structurés utilisés pour une analyse d'incertitudes *a priori* décrit dans cette section : de gauche à droite, la taille moyenne des éléments est de 163, 411, 719 μm , ce qui correspond à 6, 16 et 28 pixels par largeur d'élément dans l'image de champ lointain (en haut) et 31, 79 et 138 pixels dans l'image de champ proche (en bas).

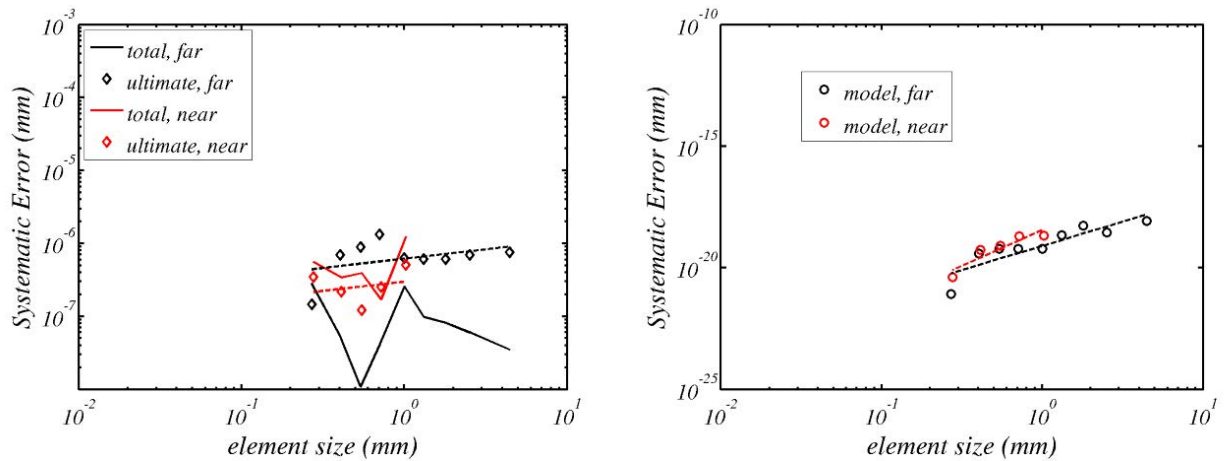


FIGURE 3.6 – L'évolution de l'erreur systématique ultime (carreau), modèle (cercle) et totale (ligne continue) en fonction de la taille d'élément en millimètre pour le champ proche (en rouge) et le champ lointain (en noir) à partir des images TexGen.

de l'erreur de modèle.

Une conclusion naïve serait alors d'utiliser uniquement des images à haute définition partout sur l'éprouvette. Mais ce n'est ni intéressant conceptuellement, ni techniquement, pour les raisons suivantes :

- même si des caméras à haute définition (jusqu'à 29MPx) sont disponibles de nos jours à des prix

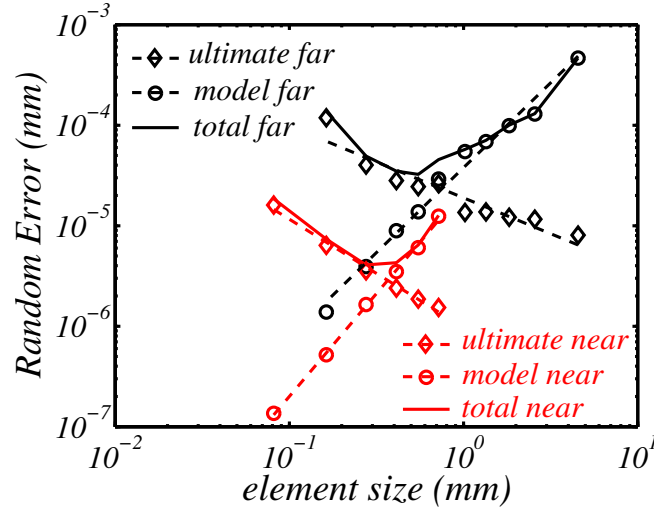


FIGURE 3.7 – L'évolution de l'erreur aléatoire ultime (carreau), modèle (cercle) et totale (ligne continue) en fonction de la taille d'élément en millimètre pour le champ proche (en rouge) et le champ lointain (en noir) à partir des images générées avec TexGen.

raisonnables, il y aura toujours des limites techniques. Le compromis entre la résolution et la taille de la ROI restera car, comme évoqué en section 3, un grand FOV peut-être nécessaire dans le contexte de l'identification. Pour des structures représentatives, le ratio entre l'échelle de la structure et l'échelle du détail ne peut pas être compensé par l'augmentation de la définition de la caméra.

- de plus, suivant l'application, le choix de la résolution peut être limité par la fréquence d'acquisition [Besnard et al., 2012; Passieux et al., 2014].
- en général, les maillages éléments finis utilisés pour la simulation sont seulement affinés lorsque des gradients importants sont attendus, pour gagner en temps de calcul [Gago et al., 1983]. Ce n'est donc pas nécessaire d'avoir la même résolution d'image partout, dans presque tous les cas.
- la mécanique numérique développe de plus en plus de modèles multi-échelles qui décrivent le comportement à deux ou plusieurs échelles (homogénéisé/raffiné). Des techniques des mesures multi-échelles et adaptées doivent être développées en même temps.

Comme conclusion, pour une taille physique donnée, l'erreur totale peut donc être réduite de manière significative grâce à une telle approche multi-échelles. Autrement dit, pour une erreur donnée qu'on essaie d'atteindre, l'approche multi-échelles permet de se servir d'éléments de taille significativement plus réduite, mais qui contiennent suffisamment d'information (c'est-à-dire de pixel) afin d'avoir des incertitudes de mesure raisonnables. Par conséquent, cela rend l'utilisation d'un maillage issu de la simulation éléments finis plus flexible pour la mesure.

2 Mesure de champs multi-échelles

La problématique clef de la méthode de corrélation d'images multi-échelles est le recalage précis de l'image du champ proche $f^p(\mathbf{x})$ dans l'image du champ lointain $f^l(\mathbf{x})$. Dans cette étude, la transformation multi-échelles $t(\mathbf{x})$ est estimée en prenant en compte uniquement la texture des images (mouchetis) aux deux échelles. Pour cela un algorithme approprié de corrélation d'images est développé. En effet, $t(\mathbf{x})$ est recherché pour minimiser l'équation de conservation de la luminance :

$$\mathbf{t}^* = \arg \min_{t(\mathbf{x})} \int_{ROI} \left(f^p(\mathbf{x}) - f^l(\mathbf{x} + t(\mathbf{x})) \right)^2 d\mathbf{x} \quad (3.7)$$

où, dans ce cas, la ROI correspond à l'image entière du champ proche $f^p(\mathbf{x})$. Ce formalisme de CIN fonctionne sous l'hypothèse des petits déplacements et nécessite donc une initialisation (voir la figure 3.13). Une fois la transformation $\mathbf{t}(\mathbf{x})$ trouvée, le maillage éléments finis qui est positionné «à la main» sur l'image champ lointain, peut être transformé par $\mathbf{t}^{-1}(\mathbf{x})$ et positionné correctement sur l'image champ proche. Ce maillage champ proche est constitué par la suite uniquement des éléments qui se trouvent à l'intérieur de la ROI de l'image de champ proche. Cela permet ensuite d'effectuer la mesure par CIN-EF sur l'ensemble du maillage unique (le maillage positionné exactement sur la ROI de l'image en champ lointain et sur la ROI de l'image en champ proche). Dans cette thèse on propose deux manières de restreindre la solution de la transformation $\mathbf{t}(\mathbf{x})$. En effet, pour obtenir deux images, à différentes échelles, de la même zone, deux caméras doivent être placées dans le même axe perpendiculaire à la surface plane observée. Pour ne pas gêner le champ de vue de la caméra éloignée, la caméra proche doit être déplacée à chaque fois qu'une image $f^l(\mathbf{x})$ est prise. Vu que la transformation recherchée doit représenter une projection en 2D d'une transformation 3D de corps rigide, on décompose le champ de déplacement soit en fonction analytique de 4 modes qui représentent la translation horizontale, la translation verticale, la rotation et l'agrandissement ; soit en homographie qui en plus rajoute 4 degrés de liberté. L'approche à 4 modes se fait sous l'hypothèse qu'il n'y a pas de mouvement 3D sauf dans le plan parallèle au plan capteur (ou au plan de l'éprouvette qui est 2D par hypothèse) et qu'il y a un mouvement hors plan uniquement suivant l'axe perpendiculaire au plan de l'éprouvette. De plus, les rotations sont considérées petites. L'approche par homographie autorise, par ses degrés de liberté supplémentaires, des inclinaisons de caméra.

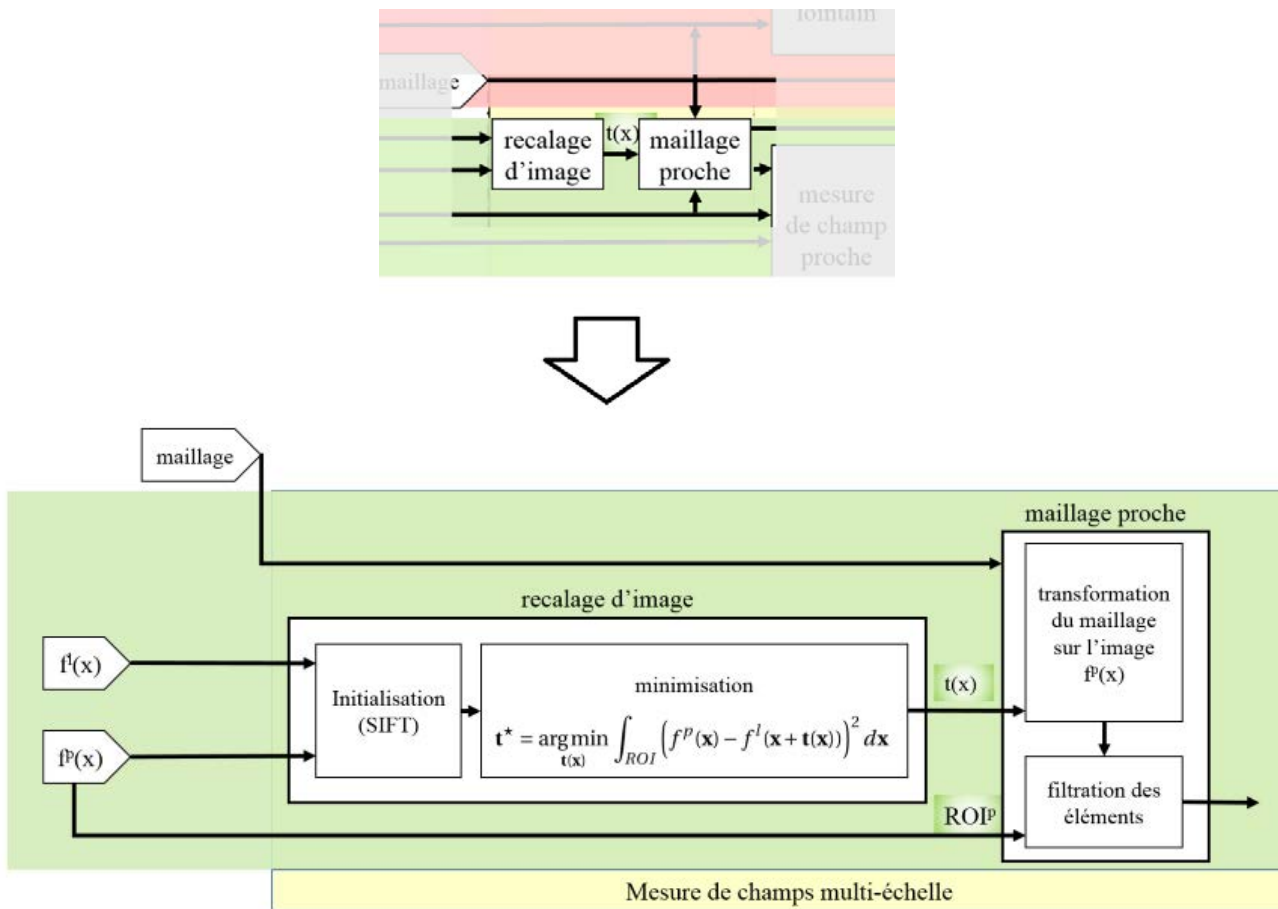


FIGURE 3.8 – Schéma détaillé de recalage d'image d'après la figure 3.2

2.1 Le recalage par fonction analytique de 4 modes

Une image est une fonction de l'espace 3D qui donne par projection/perspective de l'objet un niveau de gris à chaque point discret (ou pixel) de la coordonnée \mathbf{x} . L'originalité de cette procédure CIN consiste à choisir une interpolation particulière du champ de déplacement. Dans le repère de la caméra à l'échelle structure (champ lointain), le déplacement recherché (la transformation) doit représenter une projection homothétique d'un déplacement de corps rigide de l'échantillon. On restreint donc la transformation recherchée, dans une première approche, à deux translations planes, une rotation plane et une mise à l'échelle plane. Ceci n'est valable que pour des petits déplacements. En pratique, il s'agit donc des quatre déplacements suivants :

$$u_{tx} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; u_{ty} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; u_r = \begin{pmatrix} y \\ -x \end{pmatrix}; u_s = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

qui donnent en somme un champ de déplacement δu décomposé sous les quatre modes :

$$\delta u = \alpha_x \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha_y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} y \\ -x \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

où α_x et α_y représentent les paramètres de translation et γ le paramètre de mise à l'échelle (voir figure 3.9). La rotation β est linéarisée et impose donc l'hypothèse de petites rotations. Pour des grandes rotations une autre méthode sera nécessaire. La transformation $t(\mathbf{x}) + \delta \mathbf{u}$ est calculée jusqu'à convergence de manière itérative par CIN globale où la ROI représente toute l'image en champ proche (équation (3.7)). Finalement, la transformation identifiée est utilisée pour positionner le maillage sur l'image de l'échelle proche.

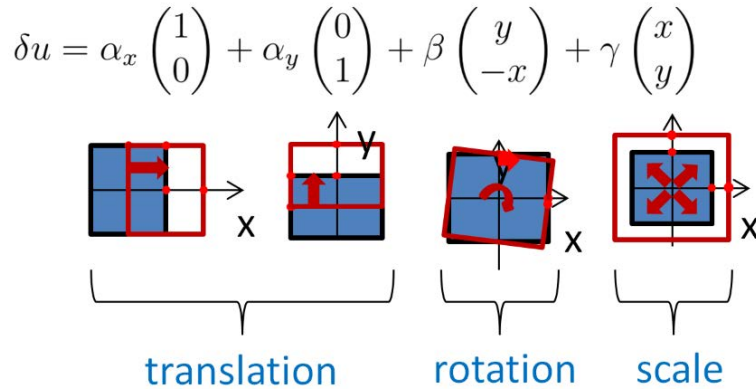


FIGURE 3.9 – Les quatre modes de la transformation du recalage d'image

Pour pouvoir utiliser cette méthode de recalage d'images par corrélation globale proposée, il est nécessaire d'effectuer une initialisation correcte. Il s'agit de trouver une première transformation grossière car le rapport d'échelles entre image champ lointain et champ proche est important, de 1 : 5. Ensuite le recalage par corrélation globale se fera sous l'hypothèse des petits déplacements.

2.2 Le recalage par homographie

Cette section présente une alternative à la méthode de recalage présentée précédemment. Comme évoqué auparavant, il est fondamental pour diminuer les erreurs de mesure de la corrélation d'images multi-échelles, que le recalage d'images multi-échelles soit performant. Une manière d'obtenir cela est de se servir de connaissances a priori sur la transformation recherchée pour pouvoir réduire le nombre d'inconnus du problème (mal posé) de conservation de la luminance, c'est-à-dire le nombre de degré de liberté N induit par l'hypothèse cinématique choisi. Dans le contexte du recalage de champ proche/lointain et puisque les

éprouvettes étudiées sont planes par hypothèse, la deuxième contribution proposée ici consiste à chercher la transformation \mathbf{t} exprimée par une homographie \mathbf{H} qui relie $f^p(\mathbf{x})$ à $f^l(\mathbf{x})$. Une homographie est une application réversible de points (et de lignes) sur le plan projeté \mathbb{P}^2 . En réalité, la projection d'un plan sur le plan rétinien d'une caméra est une application projective de type homographie de plan (c'est la transformation non-linéaire de type déformation projective entre deux images différentes d'un plan). L'homographie est représentée par une matrice \mathbf{H} non singulière de dimension 3×3 . Dit autrement, pour un point donné $\mathbf{x} \in f^p(\mathbf{x})$ et son point correspondant $\mathbf{x}' \in f^l(\mathbf{x})$ il existe la contrainte $\mathbf{x}' = \mathbf{H}\mathbf{x}$. On peut noter que \mathbf{H} peut être multiplié par une constante arbitraire non-nulle sans modifier la transformation projective. \mathbf{H} est alors une matrice homogène avec seulement 8 degrés de liberté même si elle contient 9 composantes. La dimension du sous-espace approximé est alors réduit à 8 pour toute l'image du champ proche. Finalement la solution est calculée avec l'algorithme de Levenberg-Marquard appliqué au problème suivant :

$$\mathbf{H}^* = \underset{\mathbf{H} \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})}{\operatorname{argmin}} \int_{ROI} \left(f^p(\mathbf{x}) - f^l(\mathbf{H}\mathbf{x}) \right)^2 d\mathbf{x} \quad (3.10)$$

où la ROI est bien sur l'image en champ proche. Comme le facteur d'échelle entre les images peut être très différent, cet algorithme doit être initialisé avec une approximation grossière de l'homographie. Typiquement une homographie est estimée entre deux images en trouvant un ensemble de r points appariés $(\mathbf{m}_i, \mathbf{m}'_i)$. Trois algorithmes ont été comparés pour extraire et relier des points d'intérêt : SURF [Bay et al., 2008], MSER [Matas et al., 2004] et SIFT [Lowe, 2004]. Dans la plupart des exemples qui ont été traités, l'algorithme SIFT [Lowe, 2004] était le plus performant car il fournit un grand nombre de points pour la plupart de nos configurations. Ensuite, nous considérons un ensemble suffisamment riche (i.e. $r \geq 8$) de points appariés $(\mathbf{m}_i, \mathbf{m}'_i)$. Écrit élément par élément en coordonnées homogènes on obtient la relation suivante :

$$\begin{pmatrix} x'_i \\ y'_i \\ z'_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} \Leftrightarrow \mathbf{m}'_i = \mathbf{H}\mathbf{m}_i \quad (3.11)$$

qui, écrit en coordonnées inhomogènes, correspond à :

$$x'_i \equiv \frac{x'_i}{z'_i} = \frac{h_{11}x_i + h_{12}y_i + h_{13}z_i}{h_{31}x_i + h_{32}y_i + h_{33}z_i} \quad (3.12)$$

$$y'_i \equiv \frac{y'_i}{z'_i} = \frac{h_{21}x_i + h_{22}y_i + h_{23}z_i}{h_{31}x_i + h_{32}y_i + h_{33}z_i} \quad (3.13)$$

Sans perte de généralité, z_i est écrit $z_i = 1$ et les équations (3.12) et (3.13) sont réaménagées de manière à obtenir un système où les coefficients de \mathbf{H} apparaissent linéaires :

$$\begin{cases} a_{xi}^\top h = 0 \\ a_{yi}^\top h = 0 \end{cases} \quad (3.14)$$

ou

$$a_{xi} = \begin{pmatrix} -x_i & -y_i & -1 & 0 & 0 & 0 & x'_i x_i & x'_i y_i & x'_i \end{pmatrix}^\top \quad (3.15)$$

$$a_{yi} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -x_i & -y_i & -1 & y'_i x_i & y'_i y_i & y'_i \end{pmatrix}^\top \quad (3.16)$$

$$h = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & h_{21} & h_{22} & h_{23} & h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{pmatrix}^\top \quad (3.17)$$

Les équations (3.14) peuvent être écrites comme le système surdéterminé suivant :

$$Ah = 0 \quad \text{où} \quad A = \begin{pmatrix} a_{x1}^\top \\ a_{y2}^\top \\ \vdots \\ a_{xr}^\top \\ a_{yr}^\top \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

Finalement l'équation (3.18) est résolue avec une approche des moindres carrés en utilisant la décomposition en valeurs singulières (Singular Value Decomposition, ou SVD).

Cette méthode à deux étapes est appliquée à des images synthétiques dont la construction est détaillée en section 1.1. Pour visualiser les résultats, un nuage de points qui correspond aux nœuds d'un maillage éléments finis est ajusté sur l'image de champ proche $f^p(\mathbf{x})$. Son image est relevée sur l'image de champ proche $f^l(\mathbf{x})$ avec l'opérateur d'homographie initiale et optimisé (voir la figure 3.10). (Il est à noter que l'homographie est estimée uniquement dans le domaine de l'image de champ proche)

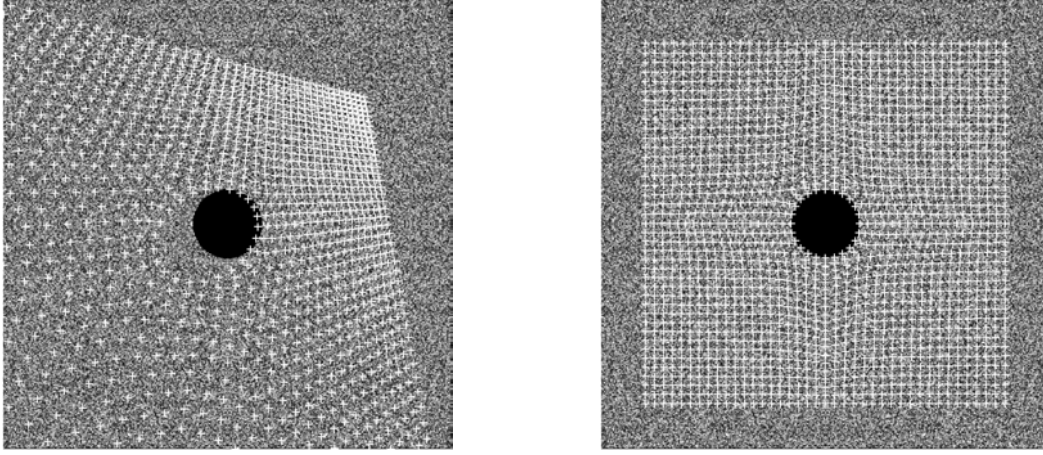


FIGURE 3.10 – Les nœuds du maillage sont d'abord ajustés manuellement sur l'image de champ proche $f^p(\mathbf{x})$. Les images de ces nœuds avec l'homographie initiale estimée par SIFT (à gauche) et celle mesurée par la technique de CIN (à droite) sont ajustées sur l'image de référence en champ lointain $f^l(\mathbf{x})$.

Leurs cartes de résidus correspondants (en niveaux de gris) $f^p(\mathbf{x}) - f^l(\mathbf{H}\mathbf{x})$ sont montrées en figure 3.11.

Théoriquement, avec des points correctement appariés, la valeur initiale de \mathbf{H} estimée par SIFT devrait être correcte. Mais en pratique, les paires de points $(\mathbf{m}_i, \mathbf{m}'_i)$ ne sont pas appariées correctement et la solution de l'équation (3.18) est erronée, voir la figure 3.10 de gauche. La conservation des niveaux de gris est également faiblement vérifiée car l'écart-type des cartes de résidus est égal à 23.5% de la dynamique de l'image (voir la figure 3.11 de gauche). Par contre l'approximation est suffisante pour initialiser l'algorithme de corrélation d'images global de l'équation (3.10) (voir la figure 3.10 de droite). Celle-ci donne une très bonne estimation de la transformation car la conservation de niveaux de gris semble vérifiée : l'écart-type de la carte de résidus est égal à 1.14% de la dynamique de l'image, comme le montre la figure 3.11 de droite. Comparée à la méthode de recalage par la fonction à quatre modes on obtient un meilleur résultat avec la méthode de recalage par homographie (1.14% contre 2.24% pour les écart-types des résidus en niveau de gris). Les deux résultats des cartes de résidus sont affichés en niveaux de gris de 0 à 20 en figure 3.12.

Remarque. Dans le cas particulier des images synthétiques décrit en section 1.1, l'homographie a des propriétés supplémentaires.

Premièrement grâce au facteur d'échelle qui est le même partout dans $f^p(\mathbf{x})$, les coefficients h_{31} et h_{32} , responsable de la non-linéarité de l'équation (3.13), sont égaux à zéro.

$$h_{31} = h_{32} = 0 \quad (3.19)$$

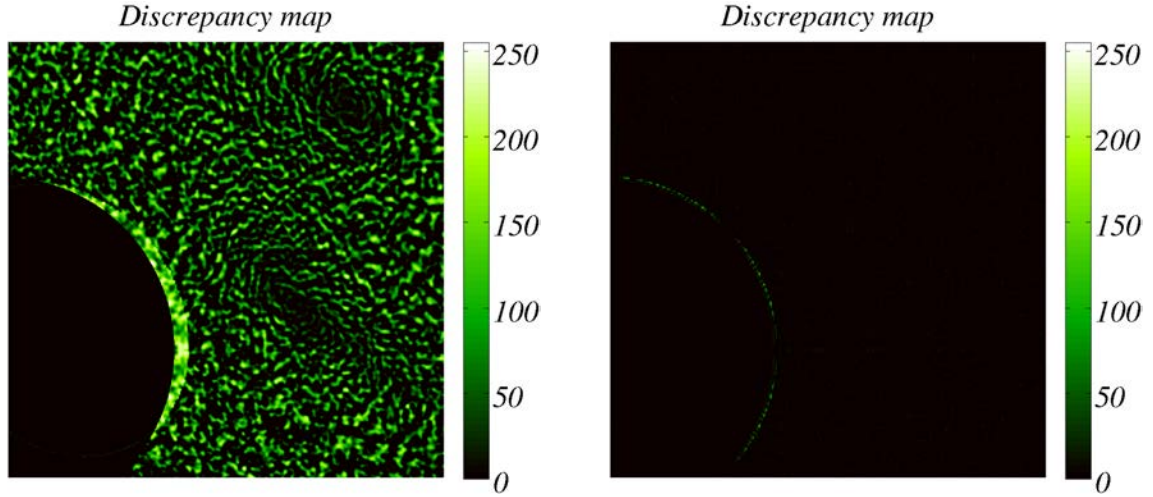


FIGURE 3.11 – Carte des résidus bruts $f^p(\mathbf{x}) - f^l(\mathbf{H}\mathbf{x})$ (en niveaux de gris) avec l'homographie initiale estimées par SIFT (à gauche) et celle mesurée par la technique de CIN (à droite)

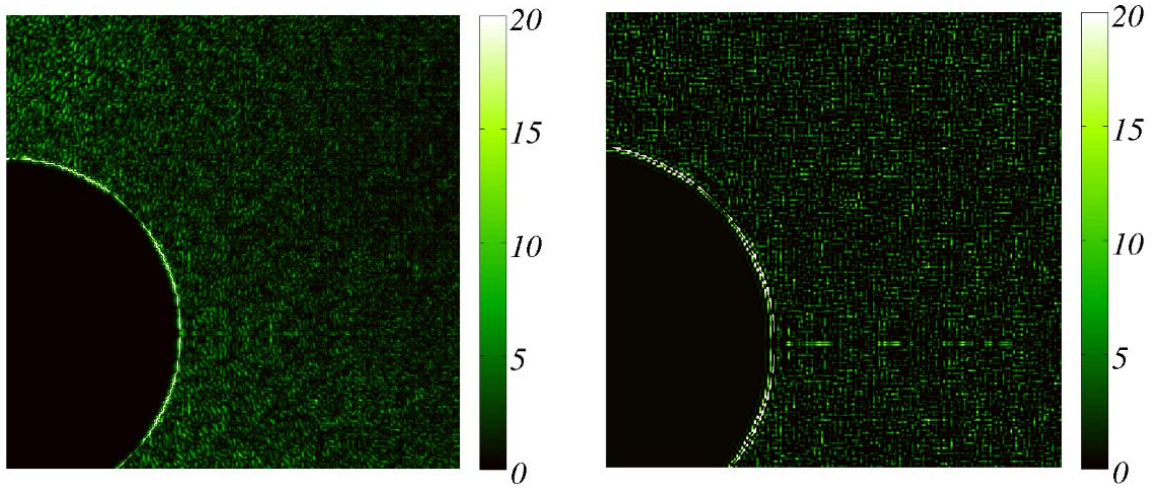


FIGURE 3.12 – Carte des résidus bruts (en niveaux de gris de 0 à 20) mesurés par la technique de CIN à 4 modes (à gauche) et par homographie (à droite).

Sous une telle condition, l'homographie est affine.

Deuxièmement, comme \mathbf{H} est principalement la composition d'un pur facteur d'échelle d'environ 5 et d'une translation plane, les conditions suivantes doivent être validées :

$$h_{12} = h_{21} = 0 \quad (3.20)$$

$$h_{11} = h_{22} = \frac{1}{5}. \quad (3.21)$$

Finalement, les coefficients de la translation de corps rigide h_{13} et h_{23} sont aléatoires et dépendent uniquement de la localisation de la région d'intérêt de l'image en champ proche. Donc, en plus de la mesure des cartes de résidus de la figure 3.11, une bonne manière de valider l'algorithme de CIN proposé est de donner l'homographie optimisée :

$$\mathbf{H}^* = \begin{pmatrix} 0.199899 & 5.86 \cdot 10^{-6} & 499.812 \\ -3.41 \cdot 10^{-5} & 0.199985 & 359.793 \\ -1.22 \cdot 10^{-7} & -1.11 \cdot 10^{-10} & 1 \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

solution de l'équation (3.10), et qui inclue bien les propriétés des équations (3.19), (3.20) et (3.21).

2.3 Initialisation du recalage d'images

2.3.1 Initialisation manuelle

On peut initialiser la méthode de recalage en choisissant deux points dans les deux images aux différentes échelles ayant la même position par rapport au mouchetis mais des positions différentes par rapport aux repères de l'image. Sous matlab on peut par exemple utiliser la fonction `cpselect()`, voir figure 3.13. En restant dans le repère de l'image, la dilatation initiale se calcule à partir de la distance entre une paire de

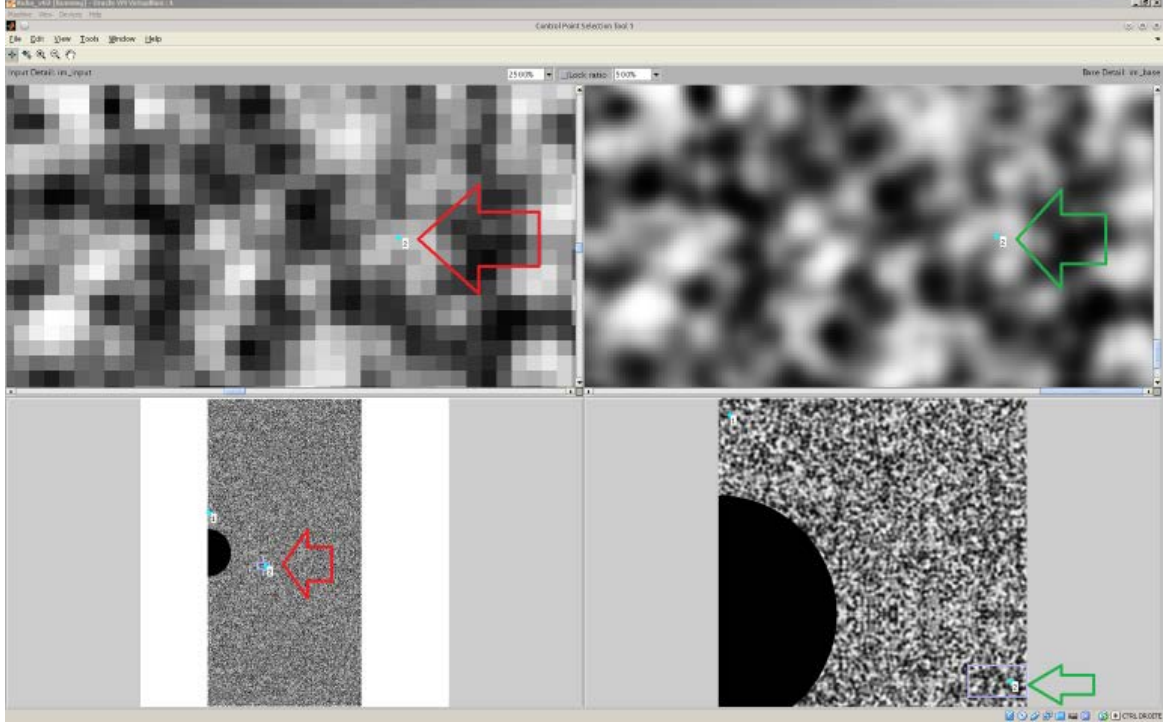


FIGURE 3.13 – Selection de paires de points dans les images à différentes échelles. En bas on voit les images aux deux échelles avec un rectangle autour du point 2 qui est indiqué par une flèche (à gauche : image lointaine ; à droite : image proche). En haut : zoom sur les zones des rectangles des images du bas. On voit la même zone représentée avec deux résolutions d'images différentes, avec une texture (mouchetis) limite fin (à gauche) et parfaitement défini (à droite).

points A et B de l'image à l'échelle champ lointain, divisée par la distance entre cette même paire de point A et B de l'image à l'échelle champ proche.

$$\gamma_{init} = \frac{\| \overline{P_A P_B} \|_{lointain}}{\| \overline{P_A P_B} \|_{proche}} \quad (3.23)$$

Le paramètre initial de la rotation β_{init} se calcule par :

$$\beta_{init} = \angle(\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2) = \arccos\left(\frac{\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2}{|\mathbf{n}_1| |\mathbf{n}_2|}\right) \quad (3.24)$$

où \mathbf{n}_2 est le vecteur qui relie la paire de points de l'image lointaine et \mathbf{n}_1 celui qui relie la paire de points dans l'image proche. On obtient les paramètres initiaux de translation de la manière suivante :

$$\begin{pmatrix} \alpha_{x_{init}} \\ \alpha_{y_{init}} \end{pmatrix} = \mathbf{n}_2 - \left(\mathbf{n}_1 + \beta_{init} \begin{pmatrix} y \\ -x \end{pmatrix} + \gamma_{init} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \right) \quad (3.25)$$

2.3.2 Initialisation SIFT

L'algorithme "Scale-invariant feature transform" (SIFT) ou "transformation de caractéristiques visuelles invariante à l'échelle" développé par Lowe [1999] est capable de retrouver les éléments similaires de deux images, a priori différentes, d'un même objet. A partir de là il est possible de choisir deux résultats et les utiliser comme paire de points appariés pour l'initialisation du recalage. Dû aux ressemblances répétitives du mouchetis dans l'espace, l'algorithme SIFT renvoie aussi des résultats faux (mauvais appariements) (voir figure 3.14). Il est donc nécessaire de filtrer ou vérifier les résultats.

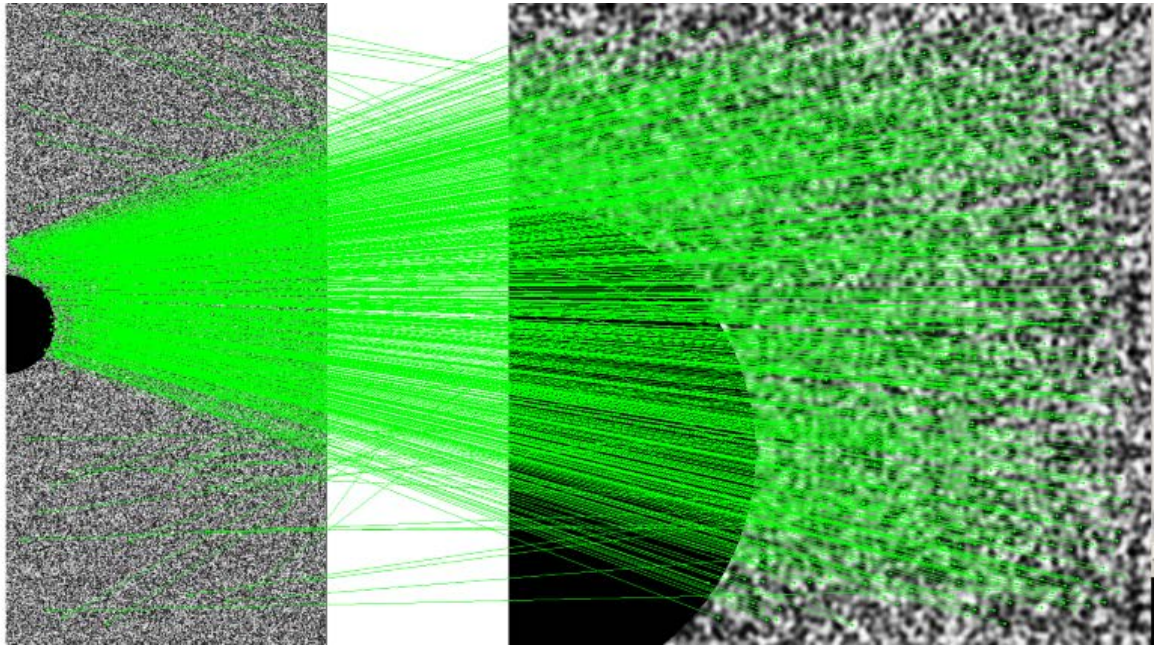


FIGURE 3.14 – Bons et mauvais appariements de l'algorithme SIFT entre deux images synthétiques d'un rapport d'échelle de 1 : 5

3 Identification multi-échelles

La mesure de champ multi-échelles est maintenant appliquée à l'identification des paramètres de comportement mécanique. Après avoir détaillé le principe, la méthode est validée.

3.1 Recalage par éléments finis à partir de la mesure de champ multi-échelles

Comme pour l'identification à partir d'une mesure de champ mono-échelle, la boucle FEMU reçoit la résultante de la charge mesurée et celle de la charge simulée. A chaque itération la boucle FEMU met à jour les paramètres de comportement et relance un calcul éléments finis. L'approche multi-échelles extrait des résultats du champ de déplacement calculé (aux nœuds du maillage EF et à l'échelle champ lointain) les déplacements nœuds de la ROI en champ proche. Ce sont ces derniers qui seront comparés à la mesure en champs proche. Le principe de l'identification multi-échelles est schématisé en figure 3.15.

Les composantes de la fonction coût sont ainsi adaptées à l'approche multi-échelles. Le vecteur de résidu de la partie cinématique $\mathbf{R}_u(\mathbf{p})$ s'écrit maintenant :

$$\mathbf{R}_u^{proche}(\mathbf{p}) = \frac{\mathbf{u}_{sim}^{proche}(\mathbf{p}) - \mathbf{u}_{meas}^{proche}}{\|\mathbf{u}_{meas}^{proche}\|} \quad (3.26)$$

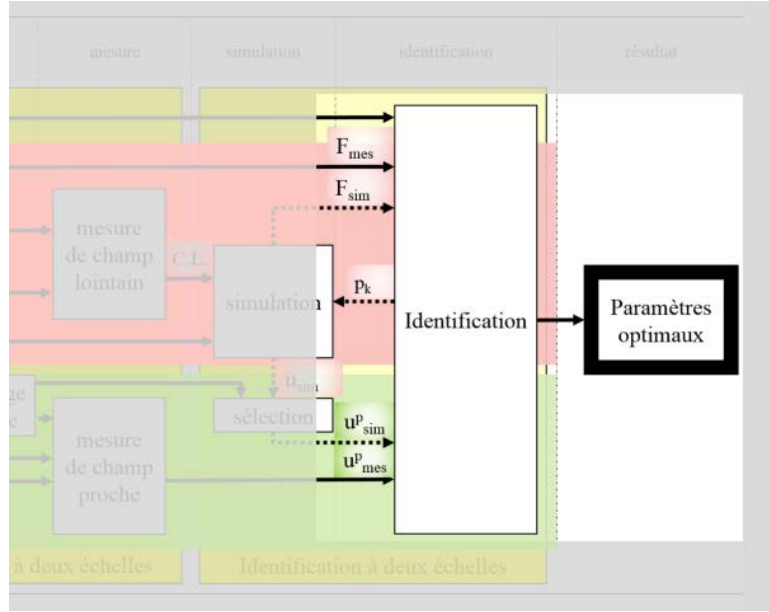


FIGURE 3.15 – Le schéma de l'identification multi-échelles. (focus de la figure 3.2)

où $\mathbf{u}_{sim}^{proche}(\mathbf{p})$ représente l'extraction du champ de déplacement calculé aux nœuds des éléments qui se trouve à l'intérieur de la ROI du champ proche. $\mathbf{u}_{meas}^{proche}$ représente la mesure du champ de déplacement en champ proche. Le vecteur de résidu de l'effort reste inchangé :

$$\mathbf{R}_F(\mathbf{p}) = \frac{F_{sim}(\mathbf{p}) - F_{meas}}{F_{meas}} \quad (3.27)$$

La fonction coût $\mathbf{R}(\mathbf{p})$ s'écrit pour une approche FEMU classique :

$$\mathbf{R}(\mathbf{p}) = \|\mathbf{R}_u^{proche}(\mathbf{p})\| + \|\mathbf{R}_F(\mathbf{p})\| \quad (3.28)$$

$$\mathbf{p}^* = \underset{\mathbf{p} \in \mathbb{R}^p}{\operatorname{argmin}} \sqrt{\|\mathbf{R}(\mathbf{p})\|^2} = \underset{\mathbf{p} \in \mathbb{R}^p}{\operatorname{argmin}} \sqrt{\|\mathbf{R}_u^{proche}(\mathbf{p})\|^2 + \|\mathbf{R}_F(\mathbf{p})\|^2} \quad (3.29)$$

où \mathbf{p}^* est le vecteur des paramètres optimaux. Pour une approche FEMU-R, en profitant de la matrice de corrélation \mathbf{M} , la fonction coût s'écrit :

$$\mathbf{p}^* = \underset{\mathbf{p} \in \mathbb{R}^p}{\operatorname{argmin}} \sqrt{\left\| \left(\mathbf{R}_u^{proche}(\mathbf{p}) \right)^T [\mathbf{M}] \left(\mathbf{R}_u^{proche}(\mathbf{p}) \right) \right\| + \|\mathbf{R}_F(\mathbf{p})\|^2} \quad (3.30)$$

3.2 Analyse *a priori* de la robustesse de l'identification

Dans cette partie, les incertitudes associées aux paramètres identifiés sont estimées à partir d'une série spécifique d'images synthétiques. A chaque échelle une image est créée en déformant l'image de référence d'un essai réel avec un champ de déplacement qui correspond à la solution d'un calcul EF pour lequel on considère que les paramètres \mathbf{p}_{ref} sont connus. Les deux types d'identification (FEMU classique et FEMU-R) sont par la suite appliqués à ces deux paires d'images (2 images en champ proche et 2 images en champ lointain). Pour comparer les approches, l'erreur relative entre le vecteur référence \mathbf{p}_{ref} et le vecteur identifié \mathbf{p}^* est quantifiée par $e(\mathbf{p}^*) = \|\mathbf{p}_{ref} - \mathbf{p}^*\| / \|\mathbf{p}_{ref}\|$. Les approches mono-échelle et multi-échelles donnent

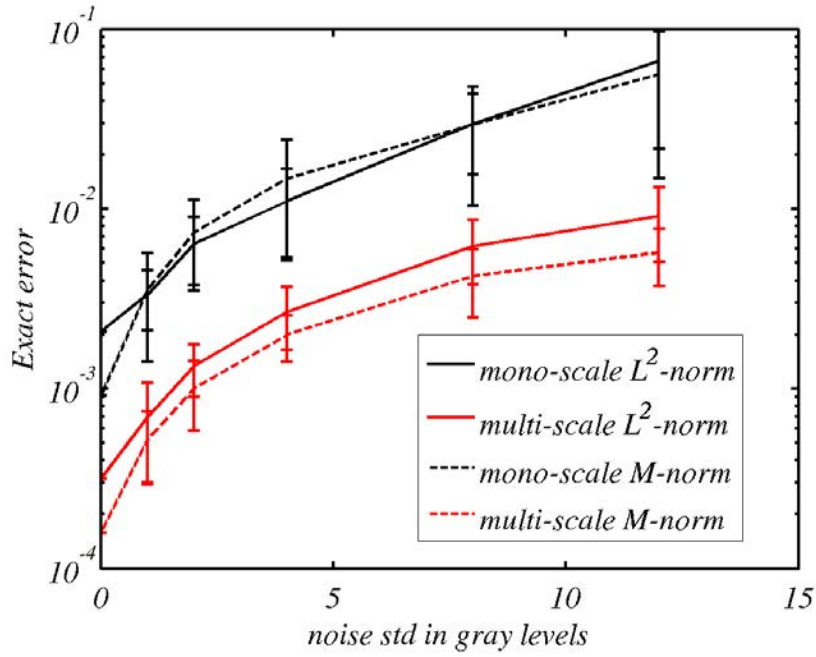


FIGURE 3.16 – Erreur relative $e(\mathbf{p}^*)$ des paramètres identifiés en fonction du bruit d'image pour les approches mono- et multi-échelles avec l'approche FEMU classique et l'approche FEMU-R. Les valeurs représentent la valeur moyenne de 20 tirages et les barres d'erreur leur écart-type. (Les barres d'erreurs sont aussi en logarithmique.)

respectivement les erreurs $e(\mathbf{p}^*) = 2,08 \times 10^{-3}$ et $e(\mathbf{p}^*) = 3,15 \times 10^{-4}$. Les incertitudes sur les paramètres sont donc réduites d'environ une décade en $e(\mathbf{p})$ avec seulement un ratio de 5 entre les résolutions d'images.

De plus, afin d'analyser la robustesse de la méthode, l'impact du bruit d'image est évalué. Un bruit Gaussien de moyenne zéro et d'écart-type de un à douze niveaux de gris est ajouté à chaque image. Pour chaque valeur de bruit 20 tirages sont effectués. Les évolutions des erreurs d'identification en fonction du bruit d'image sont illustrées en figure 3.16. On peut voir que la méthode proposée d'identification multi-échelles réduit aussi la sensibilité d'identification par rapport au bruit d'image environ d'un ordre de grandeur. Finalement l'inclusion de la matrice M aide à améliorer en plus les incertitudes d'identification ($e(\mathbf{p}^*) = 1,58 \times 10^{-4}$) et la robustesse par rapport au bruit.

4 Conclusion

Une méthode d'identification multi-échelles est proposée et sa performance analysée dans ce chapitre. Les méthodes de recalage d'images proposées montrent des bons résultats : l'écart-type de la carte des résidus est égal à 2,24% de la dynamique de l'image pour l'approche à fonction analytique à quatre modes et de 1,14% pour celle basée sur l'homographie. Leur initialisation, soit manuelle, soit par l'algorithme SIFT fonctionne bien. Ensuite, une évaluation des incertitudes de mesure à partir d'images synthétiques représentatives d'un essai mécanique et construite aux deux échelles (champ proche et champ lointain) est menée. Les images, avec maillage recollé par la transformation homographique, sont ensuite corrélées par CIN-EF. On montre alors le gain obtenu par la mesure en champ proche, les erreurs étant réduites d'environ une décade par rapport aux erreurs de mesure en champ lointain. Ceci permet aussi d'adapter la mesure (locale) au maillage EF raffiné nécessaire dans les zones à fort gradient mécanique. Enfin, l'identification multi-échelles est validée sur un essai virtuel basé sur des images multi-échelles synthétiques transformées par un calcul EF dont les paramètres constitutifs sont connus. Par application de la FEMU multi-échelles les paramètres constitutifs sont retrouvés. Une analyse d'incertitudes des paramètres identifiés à partir de

ces images synthétiques montre un gain d'environ un ordre de grandeur pour une approche multi-échelles par rapport à une approche en mono-échelle. Dans le chapitre suivant, l'approche développée jusqu'ici est appliquée à un essai réel et les résultats de mesure comme d'identification sont analysés.

Application à un essai de traction sur plaque trouée

Sommaire

1	Le matériau étudié	82
2	Essai de traction sur plaque trouée	83
2.1	Choix de la zone d'intérêt du champ proche	84
2.2	Analyse de sensibilité	85
2.3	Simulation de l'essai	85
3	La mesure de champ	86
3.1	Le rapport signal/bruit	86
3.2	Analyse des erreurs de mesure	87
3.3	Sensibilité par rapport au bruit de l'image	88
4	Identification à partir de mesure de champ	89
4.1	Mise en œuvre de la méthode	89
4.2	Mono-échelle - Utilisation du champ lointain	90
4.3	Multi-échelles - Utilisation des champs proche et lointain	90
4.4	Analyse des cartes de résidu	93
5	Bilan	95

La méthode d'identification multi-échelles, proposée à la section 3 du chapitre précédent, est appliquée à un essai réel. Un essai de traction est réalisé sur une éprouvette en matériau composite percée. Ce type d'essai hétérogène associé à des mesures de champs cinématiques permet d'identifier les quatre paramètres élastiques plan (E_L , E_t , ν_{Lt} , G_{Lt}) à partir d'une seule expérience [Molimard et al., 2005; Lecompte, 2007].

1 Le matériau étudié

Le matériau étudié dans cette thèse est un matériau composite stratifié en verre/époxy [Bizeul, 2009]. Le pli est constitué d'un tissu d'une armure satin de 8 (voir figure 4.1). L'épaisseur du pli est de 0,315 mm. Les torons de fibres de verre sont constitués d'environ 5000 fibres.

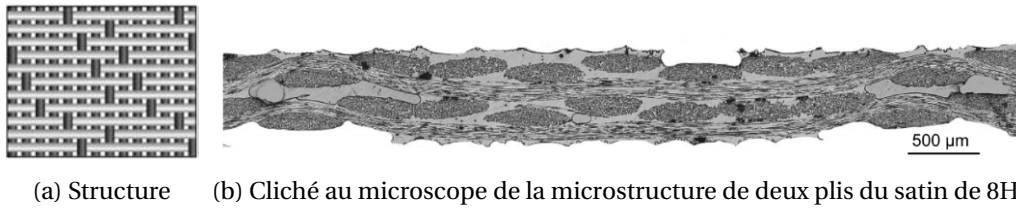


FIGURE 4.1 – L'armure du satin de 8 [Bizeul, 2009]

Les paramètres élastiques plan du pli ont été identifiés par des méthodes d'identification classique par Bizeul [Bizeul, 2009]. Il s'agit d'une série d'essai de traction dont la déformation est mesurée avec des jauges de déformation. La géométrie des éprouvettes est en accord avec la norme EN-ISO14129. Ce sont des stratifiés minces à deux plis de trois types de drapage : $[0]_2$, $[90]_2$ et $[\pm 45]_2$. Les plis sont superposés de manière non-symétrique (voir la figure 4.1b). Les éprouvettes $[0]_2$ sont sollicitées en direction chaîne et les éprouvettes $[90]_2$ en direction trame. Les paramètres identifiés sont des valeurs moyennées sur trois essais. Les résultats montrent des comportements différents suivant l'orientation du matériau. De plus un comportement non-linéaire important en traction sur les $[\pm 45]_n$ est observé.

Stratifié : $[0]_2$ CHAÎNE $V=0,5\text{mm/min}$						
N° éprouvette	épaisseur (mm)	largeur (mm)	E_y (MPa)	σ_y^{rupt} (MPa)	$\varepsilon_y^{\text{rupt}}$ (%)	ν
1	0.63	9.90	21911	369	2.13%	-0.15
2	0.63	10.00	21798	398	2.38%	-0.15
3	0.63	9.92	20891	385	1.94%	-0.14
Moyenne	0.63	9.94	21533	384	2.15%	-0.15
Ecart type	0.00	0.05	559	15	0.22%	0.01
Ecart type/moy	0%	0%	3%	4%	10%	-4%

Stratifié : $[90]_2$ TRAME $V=0,5\text{mm/min}$						
N° éprouvette	épaisseur (mm)	largeur (mm)	E_y (MPa)	σ_y^{rupt} (MPa)	$\varepsilon_y^{\text{rupt}}$ (%)	ν
1	0.63	10.00	20893	278	2.18%	-0.15
2	0.63	10.00	20536	277	1.72%	-0.15
3	0.63	9.98	20338	277	1.81%	-0.15
Moyenne	0.63	9.99	20589	277	1.90%	-0.15
Ecart type	0.00	0.01	281	1	0.24%	0.00
Ecart type/moy	0%	0%	1%	0%	13%	-1%

Stratifié :		$[\pm 45]_2$		V=2mm/min	
N° éprouvette	épaisseur (mm)	largeur (mm)	G_{12} (MPa)	τ_{12}^{rupt} (MPa)	$\gamma_{12}^{\text{rupt}}$ (%)
1	0.65	25.15	3520	68	-
2	0.64	25.16	3542	68	-
3	0.64	25.10	3549	63	-
Moyenne	0.64	25.14	3537	66	-
Ecart type	0.01	0.03	15	3	-
Ecart type/moy	1%	0%	0%	5%	-

FIGURE 4.2 – Paramètres constitutifs du pli identifiés par des méthodes d'identification classiques par Bizeul [Bizeul, 2009].

2 Essai de traction sur plaque trouée

L'éprouvette : L'éprouvette est en forme de plaque trouée et est constituée de quatre plis à 0° . Le matériau composite en verre/époxy est celui décrit plus haut en section 1. La géométrie de l'éprouvette est rectangulaire ($150\text{mm} \times 30\text{mm} \times 1,26\text{mm}$) avec un trou centré de diamètre $\varnothing 10\text{mm}$. L'éprouvette est fabriquée à partir d'une plaque de quatre plis ayant une largeur de 250mm . Le pré-imprégné est découpé au cutter et le stratifié est cuit au four sous poche à vide sous une dépression de $0,9\text{bar}$. Après polymérisation et refroidissement, la plaque est renforcée aux extrémités hautes et basses en collant des plies supplémentaires sur le dos et la face avant. Ces plies supplémentaires du haut et du bas laissent une surface utile de 150mm de long entre eux. Ensuite la plaque est découpée en tranches de 30mm de large avec une scie diamantée. L'orientation du tissu est la même entre l'éprouvette ainsi découpée et l'effort de traction, à 0° . Finalement, un trou est percé au centre de l'éprouvette avec un forêt de 10mm de diamètre. La machine de traction utilisée est une machine électromécanique de 20kN de capacité (de type "Instron 5800"). Les mors de la machine maintiennent l'éprouvette en couvrant entièrement la surface des renforts (sans les chanfreins) de l'éprouvette.



FIGURE 4.3 – Montage de l'essai multi-échelles avec platine de translation

La prise d'image : Des caméras CCD (AVT Dolphin F-145B, 1392×1040 pixels, 8 bits) sont utilisées pour observer l'éprouvette pendant l'essai. Une première caméra observe l'ensemble de l'éprouvette, le champ lointain. Une seconde caméra cible la zone d'intérêt en champ proche. Cette dernière est sélectionnée suite à une analyse de sensibilité menée a priori (cf. paragraphe 2.1). Dans cette étude, cette zone d'intérêt est

N° d'image	charge [N]	déplacement [mm]
1	52	0.000
2	503	0.129
3	988	0.270
4	1510	0.430
5	2000	0.586
6	2510	0.746
7	3000	0.902
8	3496	1.070
9	4000	1.250
10	4490	1.433
11	4950	1.617

TABLE 4.1 – Les différents chargements avec les images correspondantes. Le déplacement est celui mesuré par la machine de traction. Il s'agit donc du déplacement de la traverse supérieure.

bien entendu localisée en bord de trou. Le ratio entre les deux échelles est d'environ de 1 : 5. Les caméras sont positionnées perpendiculairement à l'éprouvette. Le mouchetis a été créé avec de la peinture en aérosol de couleur noire et blanche. Les taches du mouchetis sont légèrement plus fines dans la zone proche du trou.

Pour ne pas interférer, la caméra imageant le champ proche est montée sur une platine de translation (voir figures (4.3) et (4.4)) afin d'être escamotée pour permettre la prise d'image à l'échelle lointaine. L'essai est donc arrêté à chaque palier de chargement. L'éprouvette est chargée par paliers successifs d'environ 0,5 kN (voir le tableau 4.1). A chaque niveau de chargement, une image à chacune des échelles est prise.

Pour s'assurer que l'éprouvette est bien plane, l'image numéro 2 sert comme image de référence. L'éprouvette est donc sous une précharge ce qui permet d'avoir une surface bien plane de l'éprouvette.

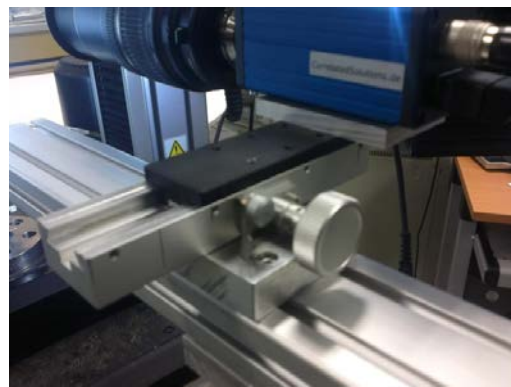


FIGURE 4.4 – Le banc de translation

2.1 Choix de la zone d'intérêt du champ proche

D'une manière générale, pour identifier des paramètres constitutifs il est nécessaire de concevoir une géométrie d'éprouvette et un chargement associé de telle sorte que le champ de déplacement soit influencé par les paramètres qu'on cherche à identifier. Ici, le choix d'une plaque trouée permet d'identifier, grâce à la présence du perçage, quatre paramètres constitutifs dans le plan à partir d'un essai de traction unidirectionnel, puisque le champ cinématique ainsi généré est hétérogène. Pour l'identification d'un paramètre, certaines régions de l'éprouvette ont plus d'importance que d'autres. Il est donc fondamental de choisir pour le champ proche, qui sera utilisé ultérieurement pour l'identification multi-échelles, une zone où le champ de déplacement est influencé le plus possible par les quatre paramètres constitutifs. La connaissance de la répartition spatiale des zones particulièrement sensibles aux paramètres est effectuée grâce à une analyse de sensibilité.

2.2 Analyse de sensibilité

La sensibilité du champ de déplacement vis-à-vis d'un paramètre constitutif p_i peut s'estimer simplement en calculant $\partial u / \partial p_i$. En utilisant des conditions limites pertinentes (ici mesurées par corrélation d'images à partir des images en champ lointain) et des paramètres de référence p_i (ici obtenus à partir des méthodes d'identification classiques, voir section 1), les sensibilités $\partial u / \partial p_i$ sont obtenues par différences finies : deux calculs éléments finis sont effectués, $u_{1,i}(p_i)$ et $u_{2,i}(p_i + \partial p_i)$ avec $\partial p_i = p_i + (1/1000)p_i$ et $\partial u = u_{2,i} - u_{1,i}$. Les normes $\|\frac{\partial u}{\partial p_i}\|$ des calculs des cartes de sensibilités sont montrés en figure 4.5.

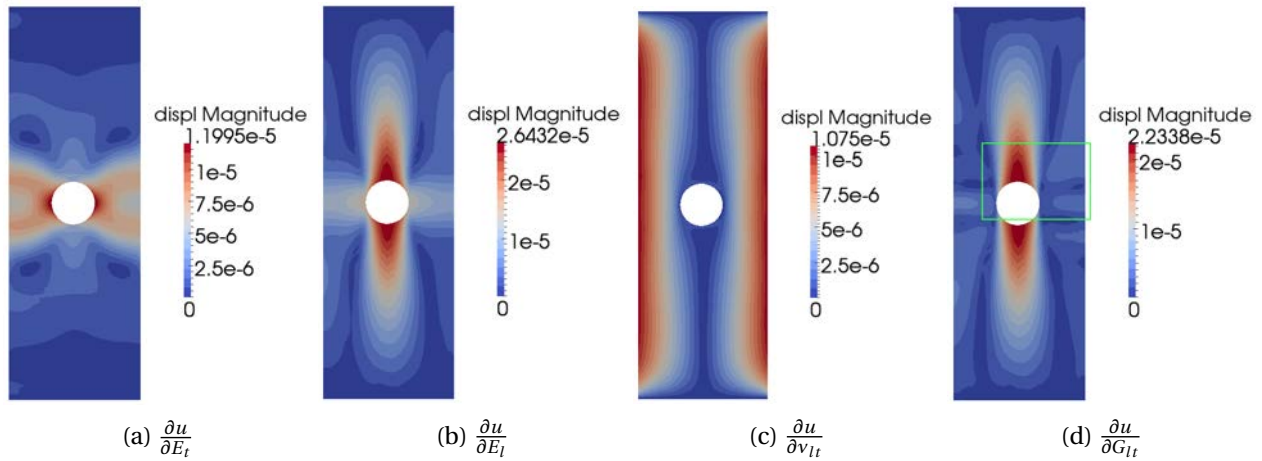


FIGURE 4.5 – Cartes de sensibilités (sur l'amplitude du champ de déplacement) par rapport aux quatre paramètres à identifier. Le rectangle vert en (d) montre la position de la zone proche.

La figure 4.5 met en évidence les zones les plus sensibles aux différents paramètres (en rouge). Comme indiqué précédemment, le bord du trou est particulièrement intéressant. Comme on peut voir, la plus grande sensibilité des paramètres E_l , E_t et G_{lt} se trouve au bord du perçage. Pour l'identification du paramètre ν_{lt} , les bords verticaux sont plus intéressants. Pour identifier au mieux les quatre paramètres il est donc judicieux de mesurer le champ de déplacement dans ces régions avec un minimum d'incertitude, en zoomant sur ces régions. Le choix du champ proche est marqué par le rectangle vert dans la figure 4.5d. On peut remarquer enfin sur la figure 4.5 que la sensibilité des paramètres E_t et ν_{lt} dans cette zone de champ proche est moins élevée que celle des paramètres E_l et G_{lt} .

2.3 Simulation de l'essai

La simulation de l'essai est effectuée par la méthode des éléments finis qui permet de faire un calcul linéaire-élastique orthotrope d'un problème 2D. La géométrie est représentée par un maillage qui consiste en des éléments bilinéaires à quatre nœuds (type Q4). La zone proche du trou présente plus de gradients cinématiques. Le maillage est donc raffiné dans les zones proches du trou. La propriété des éléments représente un matériau orthotrope (à un seul pli) avec une épaisseur équivalent à quatre plis. Cette description simplifiée de propriété est possible car les plis sont orientés de la même façon et ne sont pas superposés de manière symétrique. L'axe du pli (1,2) correspond donc à l'axe de l'éprouvette (x,y). Le maillage de la simulation est représenté en champ lointain et en champ proche en figure 4.6.

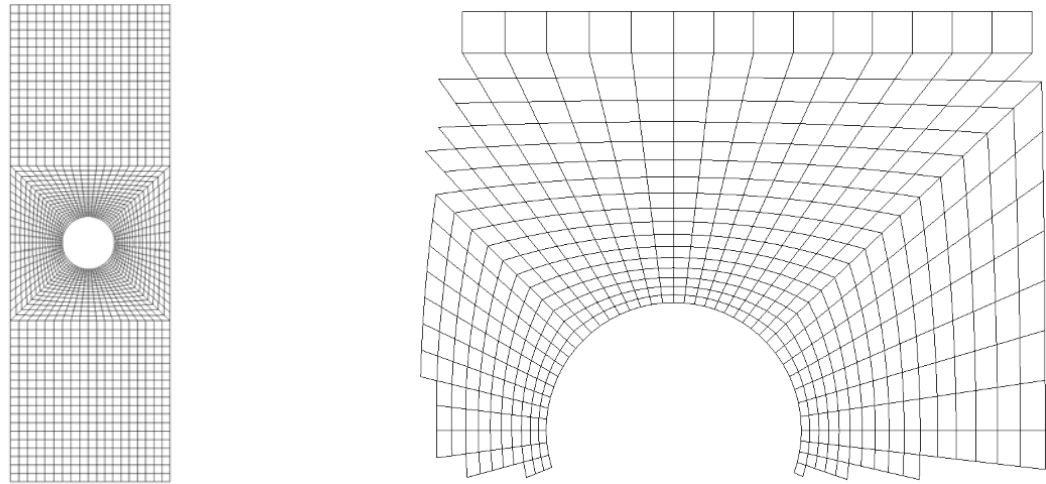


FIGURE 4.6 – Le maillage éléments finis aux deux échelles. A gauche, au champ lointain et à droite la sélection des éléments qui se trouvent entièrement dans la ROI du champ proche.

3 La mesure de champ

3.1 Le rapport signal/bruit

Pour la mesure des champs de déplacements, l'image numéro 2 sert comme référence (f). Les images déformées (g_i) sont les images 3 à 11 (voir tableau 4.1). Les déplacements mesurés entre l'image de référence et les images 3, 4, 5 et 11 sont montrés en figures 4.7. Sur la figure 4.7a on peut observer un champ de déplacement beaucoup moins lisse que, par exemple, sur la figure 4.7d. Ceci est dû au faible rapport signal / bruit pendant le premier palier de chargement. Les figures 4.7b et 4.7c montrent l'augmentation successive de ce rapport signal/bruit pendant l'essai.

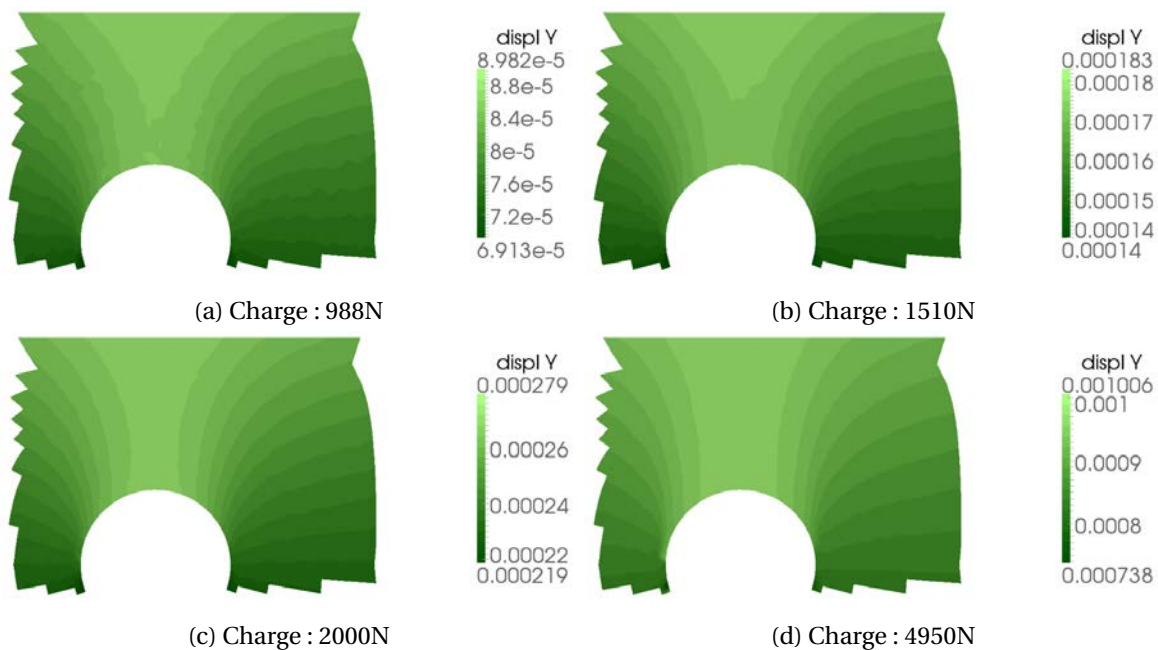


FIGURE 4.7 – Evolution du champ de déplacement en Y (vertical) mesuré à l'échelle proche en $[m]$. Le rapport signal/bruit augmente progressivement.

3.2 Analyse des erreurs de mesure

Cette section présente les incertitudes de mesures obtenues avec ce mouchetis sur les images expérimentales à deux échelles. Comme déjà décrit dans le chapitre 1 à la section 2.5, les incertitudes sont habituellement exprimées en pixels. Pour pouvoir comparer les erreurs de mesure aux deux échelles, les erreurs sont exprimées en micromètres [μm]. En champ lointain, la résolution de l'image est de $10,5 \text{ px/mm}$ avec une moyenne de $12,3 \text{ px/éléments}$ (i.e. résolution spatiale en px). En champ proche, la résolution de l'image est de 50 px/mm avec une moyenne d'environ 40 px/éléments . On considère que le maillage éléments finis est optimisé pour la simulation. Par conséquent on cherche à quantifier ici uniquement l'erreur ultime (l'erreur de modèle dépend uniquement de la nature du maillage et de l'hypothèse cinématique choisie (bilinéaire), qui elle est défini par la simulation). A partir des images réelles, pour chaque échelle, une série de dix images synthétiques est créée. Pour cela les images de référence sont translatées dans l'espace de Fourier avec un déplacement de corps rigide compris entre 0 et 1 px avec un pas de $0,1 \text{ px}$ horizontalement. Pour mesurer le déplacement entre l'image de référence et l'image transformée, le même maillage (celui de la figure 4.6) est utilisé. Donc pour la mesure de champ lointain, seuls les résultats des déplacements sur la région d'intérêt du champ proche sont retenus. Les résultats des mesures par corrélation EF sont ensuite caractérisés par leur erreur aléatoire et systématique (voir chapitre 1 section 2.5). Les résultats sont présentés en figure 4.8.

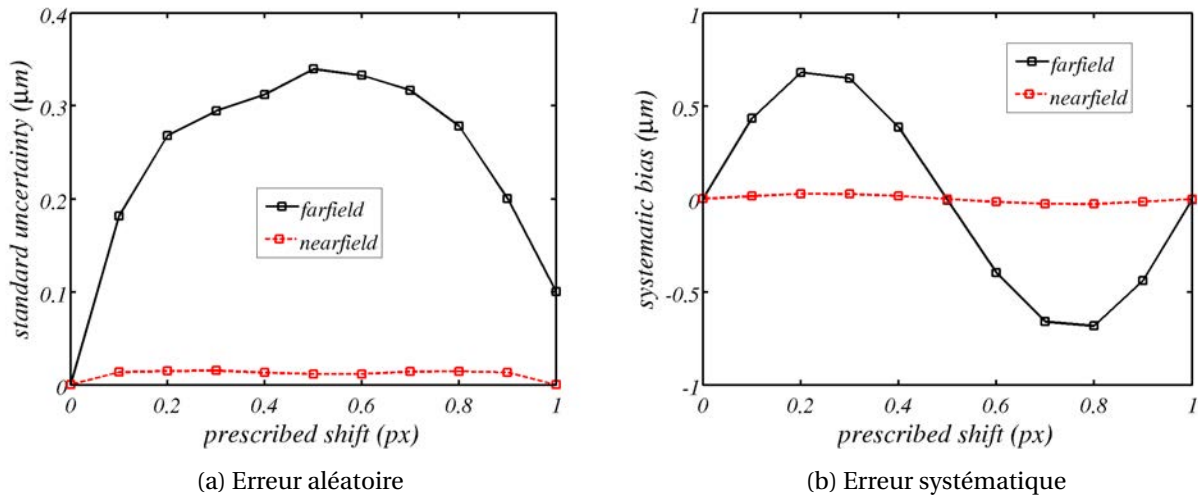


FIGURE 4.8 – Evolution des erreurs aléatoires et systématiques en fonction du déplacement imposé (translation d'images) pour les images en champ lointain, ici en noir, et en champ proche, en rouge.

La figure 4.8 montre les deux courbes en forme de «cloche», pour l'erreur aléatoire, et en forme de «S» pour l'erreur systématique. Les résultats sont cohérents avec ceux de la littérature, voir e.g. [Bornert et al., 2009]. L'erreur aléatoire à l'échelle lointaine est en moyenne de $0,239 \mu m$ et à l'échelle proche en moyenne de $0,011 \mu m$. Cela signifie un ratio de 1 : 22. Pour l'erreur systématique on trouve une erreur maximale aux valeurs $0,2 \text{ px}$ et $0,8 \text{ px}$ de $1,363 \mu m$ pour l'échelle lointaine et une erreur de $0,055 \mu m$ à l'échelle proche, ce qui revient à un ratio de 1 : 25.

Le gain pour les images en champ proche, en terme d'erreur de mesure sur les déplacements présentée à la figure 4.8, résulte donc d'une part de l'amélioration en terme de résolution spatiale en pixel dans l'image (40 pixels contre $12,3 \text{ pixels}$) [Besnard et al., 2006; Wang et al., 2009] et d'autre part de la résolution de l'image elle-même (facteur 5 par rapport aux images en champ lointain), d'où un rapport entre erreurs entre champ proche et champ lointain de l'ordre de $5 \times 4 = 20$. Notons que dans cette approche, la résolution spatiale de la mesure (exprimée en unité métrique) est constante puisque relative à la taille du maillage. La mesure en

champ proche ne permet donc pas d'améliorer la résolution spatiale (en mm) de la mesure (par exemple la finesse des détails) mais uniquement de diminuer fortement les erreurs de mesure.

3.3 Sensibilité par rapport au bruit de l'image

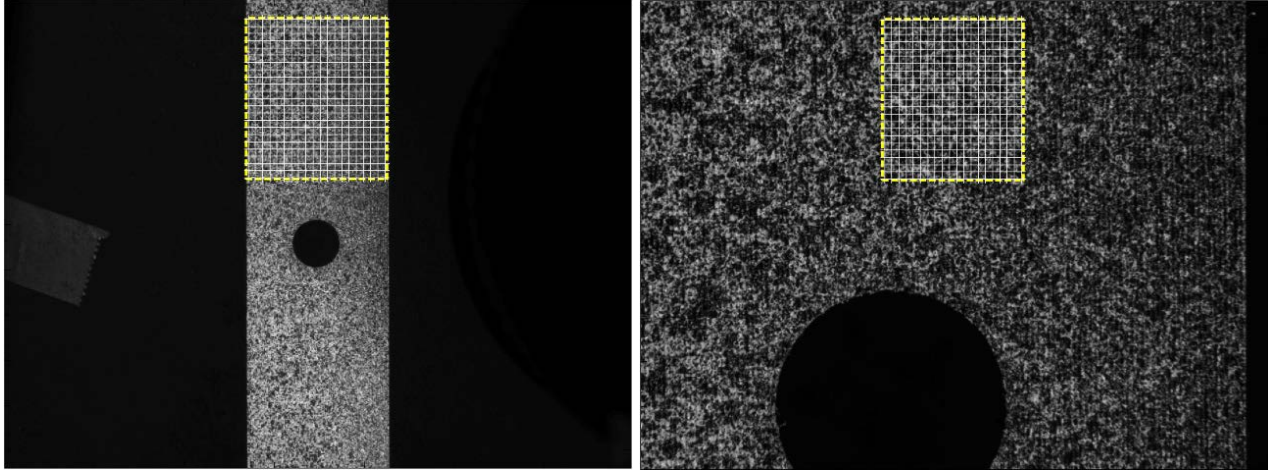


FIGURE 4.9 – ROI pour le calcul de la sensibilité par rapport au bruit dans l'image. Champ lointain (à gauche), champ proche (à droite)

Afin d'évaluer les incertitudes de mesure dues au bruit d'image et caractérisant un minorant des erreurs du champ de déplacement mesuré par la CIN, les images en champ lointain et en champ proche sont bruitées avec un bruit gaussien de moyenne nulle et d'écart-type de 1 niveau de gris. La CIN-EF mesure, avec le même maillage par rapport au repère d'image (et non par rapport à l'éprouvette ; voir la figure 4.9), le champ de déplacement entre l'image de référence et l'image bruitée qui est à priori nul. La figure 4.10 présente l'évolution de l'erreur aléatoire (l'écart-type des déplacements nodaux) et l'erreur systématique pour chaque échelle. Elle est tracée par rapport à la taille des éléments exprimées en pixel. On retrouve le compromis classique incertitude (erreur aléatoire) / résolution spatiale quelle que soient les échelles avec une pente d'environ -1 [Besnard et al., 2006]. On constate entre les deux échelles une réduction des erreurs aléatoires de l'ordre de grandeur du rapport de grandissement (1 : 5). Ceci justifie l'utilisation des mesures à l'échelle en champ proche pour minimiser in fine les erreurs d'identification. Enfin l'erreur systématique reste à peu près indépendante du nombre de pixel par élément. Cela est connu dans la littérature [Besnard et al., 2006].

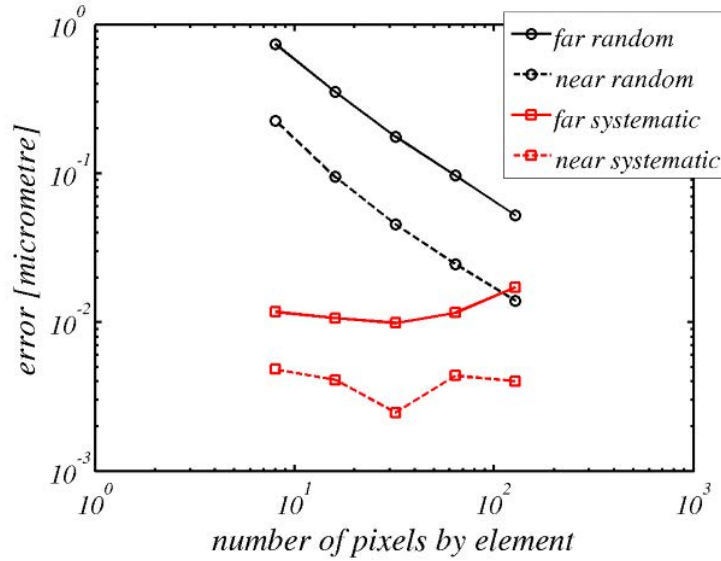


FIGURE 4.10 – Erreurs systématique et aléatoire en fonction des pixels par élément (résolution spatiale en pixel). Comparaison entre champ proche et champ lointain.

4 Identification à partir de mesure de champ

Cette section présente les résultats d'identification à partir de différentes formes de la fonction coût. L'identification des paramètres constitutifs nécessite obligatoirement une composante de la cinématique et de l'effort. La composante de l'effort n'est disponible qu'à l'échelle de la "structure" (lointaine) et se trouve donc toujours sous cette forme dans la fonction de coût. L'effort F_{mes} est mesuré par une cellule d'effort pendant l'essai de traction. Comme l'état de référence est sous précharge, la valeur de la précharge est substituée à l'effort mesuré. La comparaison entre la mesure et la simulation pour la composante cinématique est à l'échelle «structure» dans une première étude, puis à l'échelle du champ proche. Leurs résultats sont comparés. De plus l'influence d'une matrice de pondération dans la fonction coût est analysée. Les résultats montrent l'évolution des quatre paramètres ($E_l, E_t, \nu_{lt}, G_{lt}$) en fonction du niveau de chargement et donc du choix de l'image déformée. Pour la mesure du champ de déplacement, les deux images de référence (à l'échelle proche et à l'échelle lointaine) sont toujours celles à l'état initial sous précharge : images numéro 2. Uniquement l'image de l'état déformé change. L'algorithme FEMU est initialisé par les valeurs des paramètres obtenus avec les méthodes d'identification classiques : $E_l = 21,53 GPa$, $E_t = 20,59 GPa$, $\nu_{lt} = 0,15$ et $G_{lt} = 3,54 GPa$.

4.1 Mise en œuvre de la méthode

On rappelle que la méthode d'identification choisie est celle du recalage de modèle éléments finis, et que différentes techniques d'optimisation, de normes ou de fonctions coût peuvent être utilisées pour exploiter les champs de déplacements [Kavanagh and Clough, 1971; Molimard et al., 2005; Lecompte, 2007; Avril et al., 2008a]. Les auteurs de [Molimard et al., 2005; Lecompte, 2007], par exemple, composent leurs fonctions coût d'une comparaison des champs de déformation. Dans cette thèse comme on l'a déjà souligné, on préfère travailler avec une cinématique basée sur les déplacements pour éviter une éventuelle amplification du bruit de mesure résultant de la différentiation numérique. Une telle approche nécessite aussi une bonne représentation des conditions aux limites (C.L.) de l'essai pour initialiser la simulation. Ici des C.L. classiques (blocage de certains degrés de libertés de certains nœuds) sont moins représentatives que d'imposer les déplacements mesurés le long des bords chargés (C.L. de type Dirichlet) comme le montre la figure 4.11. La figure 4.11 montre, de gauche à droite, la mesure, la simulation avec les C.L.

provenant de la mesure et la simulation avec des C.L. classiques.

Le champ de déplacement des figures 4.11 de droite est le résultat d'un calcul éléments finis avec des C.L. classiques et des propriétés mécaniques du matériau déterminées expérimentalement [Bizeul, 2009]. Les C.L. classiques sont un encastrement au nœud le plus bas du côté gauche, un blocage en y sur le nœud le plus bas du côté droit et une contrainte réparties de manière régulière sur toute la rangée des nœuds du haut. Pour la simulation des figures 4.11 du milieu, les déplacements des rangées de nœuds du haut et du bas provenant de la mesure CIN-EF sont appliqués aux mêmes nœuds du maillage de la simulation (conditions aux limites de type Dirichlet). La figure 4.11 montre que même avec des paramètres de comportement non optimisés, appliquer les déplacements mesurés par CIN-EF en champ lointain permet d'obtenir un champ cinématique simulé assez proche de celui mesuré.

4.2 Mono-échelle - Utilisation du champ lointain

La première étude d'identification porte sur une approche à l'échelle lointaine. L'intérêt est de comparer ensuite les résultats obtenus à l'échelle lointaine avec les résultats obtenus à l'échelle proche pour caractériser le gain de l'approche multi-échelles. La fonction coût s'écrit dans ce cas :

$$\mathbf{p}^* = \arg \min_{\mathbf{p} \in \mathbb{R}^p} \sqrt{\|\mathbf{R}_u(\mathbf{p})\|^2 + \|\mathbf{R}_F(\mathbf{p})\|^2} \quad (4.1)$$

où \mathbf{p}^* est le vecteurs des paramètres optimaux. $\mathbf{R}_u(\mathbf{p})$ est la composante de la cinématique et $\mathbf{R}_F(\mathbf{p})$ la composante de l'effort. Avec :

$$\mathbf{R}_F(\mathbf{p}) = \frac{F_{sim}(\mathbf{p}) - F_{mes}}{F_{mes}} \quad (4.2)$$

où F_{mes} est l'effort mesuré et F_{sim} est l'effort de réaction provenant du calcul EF. \mathbf{p} représente le vecteur des paramètres constitutifs. Le vecteur de résidu cinématique s'écrit :

$$\mathbf{R}_u(\mathbf{p}) = \frac{\mathbf{u}_{sim}(\mathbf{p}) - \mathbf{u}_{mes}}{\|\mathbf{u}_{mes}\|} \quad (4.3)$$

$$(4.4)$$

La boucle FEMU est utilisée pour chaque niveau de chargement. Les résultats des paramètres identifiés, en fonction du chargement, sont montrés en figure 4.12 en traits continus. Les résultats en trait discontinu sont obtenus en prenant en compte la matrice de corrélation qui pondère la mesure cinématique. Cette approche, l'approche FEMU-R, est expliquée en page 50 à la section 2.3 du chapitre *Identification*. Pour des raisons de lisibilité, la figure 4.12a ne montre pas les valeurs identifiées pour E_I au chargement de 988N qui sont d'environ de 90GPa. Cet écart important par rapport aux autres valeurs est probablement généré par le faible rapport signal/bruit de la mesure (voir section 3.1, figure 4.7a) pour ce premier chargement. On observe que les valeurs des paramètres identifiés évoluent doucement avec le chargement. Ceci est probablement la cause de l'augmentation de l'endommagement pendant l'essai.

4.3 Multi-échelles - Utilisation des champs proche et lointain

La seconde étude s'appuie sur l'approche multi-échelles. Les images à l'échelle lointaine sont nécessaires, pour la mesure qui introduit les conditions aux limites, et pour le positionnement du maillage sur l'image proche. Pour cela il a été nécessaire de trouver la transformation entre les images aux deux échelles et de l'appliquer ensuite au maillage. Les principes du recalage d'images sont expliqués en section 2 du chapitre *Approche multi-échelles*. Dans l'approche multi-échelles, la partie cinématique de la fonction de coût est modifiée par :

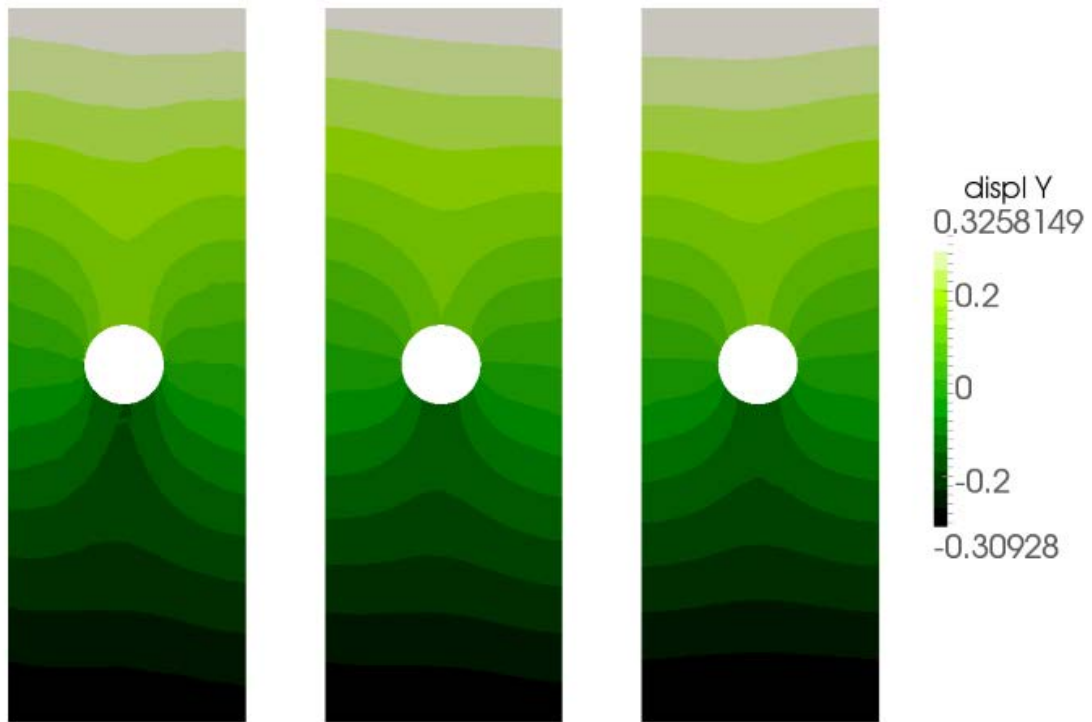
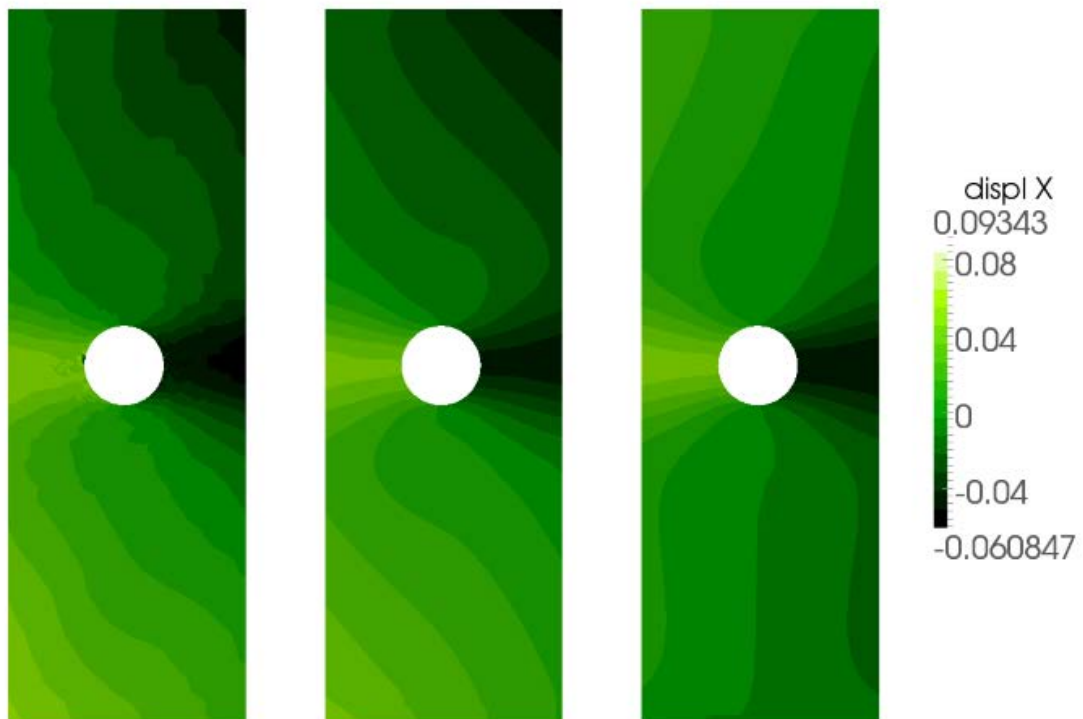
(a) Le champ de déplacement en y (vertical).(b) Le champ de déplacement en x (horizontal).

FIGURE 4.11 – Champs de déplacements en y (en haut) et en x (en bas) mesuré par CIN-EF (à gauche), simulé avec des conditions limites mesurées (au centre) et simulé avec des conditions limites idéales (à droite).

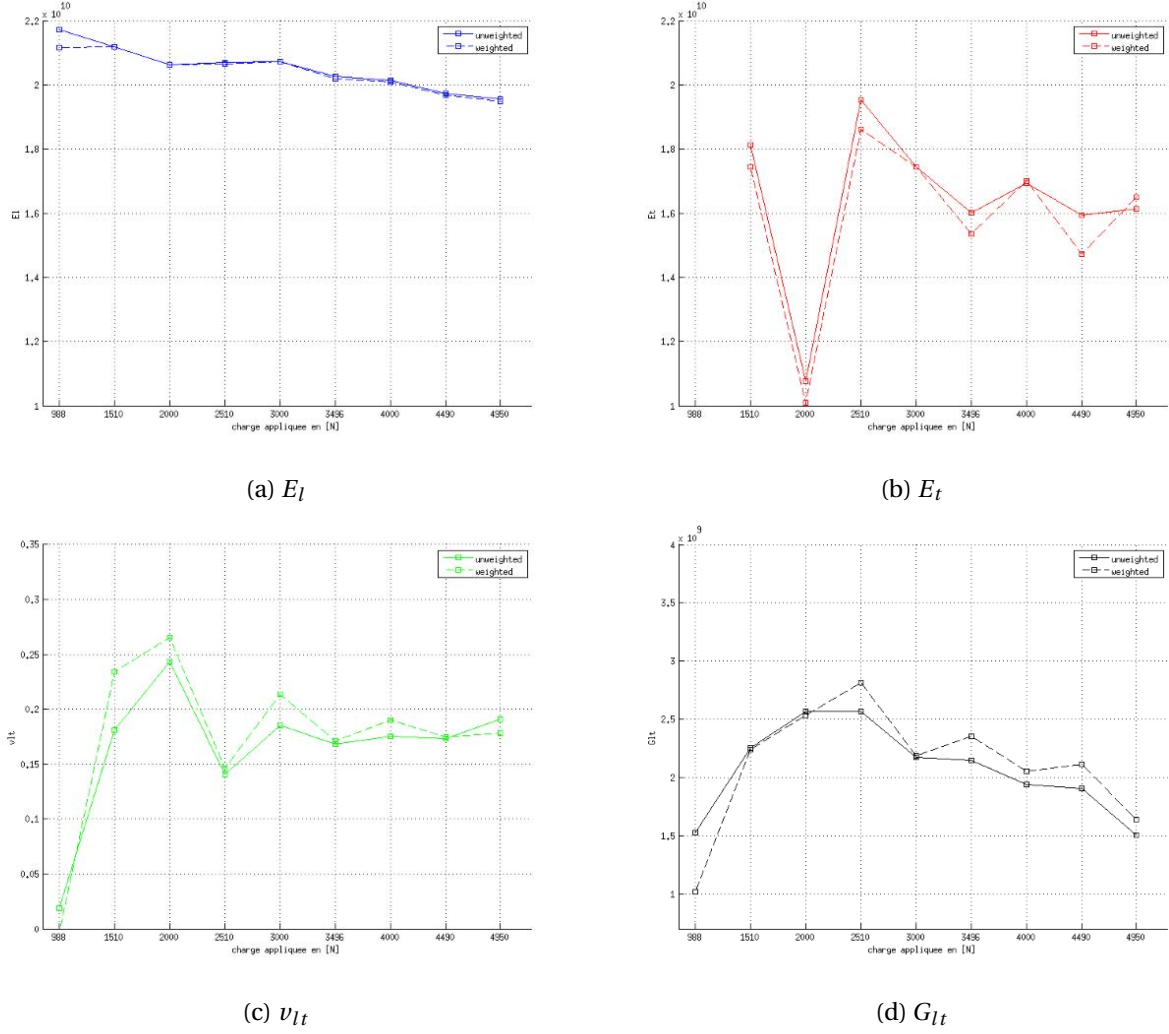


FIGURE 4.12 – Evolution des paramètres identifiés uniquement avec des mesures à l'échelle lointaine. Sans (trait continu) et avec (trait discontinu) pondération par la matrice de corrélation $[M_{DIC}]$. Les modules sont en Pa .

$$\mathbf{R}_u(\mathbf{p}) = \frac{\mathbf{u}_{sim}^{proche}(\mathbf{p}) - \mathbf{u}_{mes}^{proche}}{\|\mathbf{u}_{mes}^{proche}\|} \quad (4.5)$$

ou $\mathbf{u}_{sim}^{proche}(\mathbf{p})$ est le résultat de la simulation sur les nœuds à l'intérieur de la ROI du champ proche. $\mathbf{u}_{mes}^{proche}$ est le résultat de la mesure CIN-EF à partir des images en champ proche. Après optimisation par la boucle FEMU pour chaque niveau de chargement, les résultats des paramètres identifiés en fonction du chargement sont montrés en figure 4.13.

Les deux approches (mono- et multi-échelles) montrent la même tendance pour les résultats pondérés par rapport aux résultats non-pondérés (voir la page 50 à la section 2.3 : *FEMU-R* pour plus de détails sur la pondération). Les écarts entre les résultats pondérés et non-pondérés montrent moins de variabilité le long du chargement à l'échelle proche preuve de la robustesse de la mesure à cette échelle. Pour les deux échelles la pondération n'a quasiment pas d'influence sur l'identification du module d'Young longitudinal. Ceci est lié à la quantité de zones de déplacements sensibles au module d'Young E_l qui trouve son origine dans l'orientation identique de l'éprouvette et du chargement.

Les résultats des identifications mono-échelle et multi-échelles sont présentés ensemble en figure

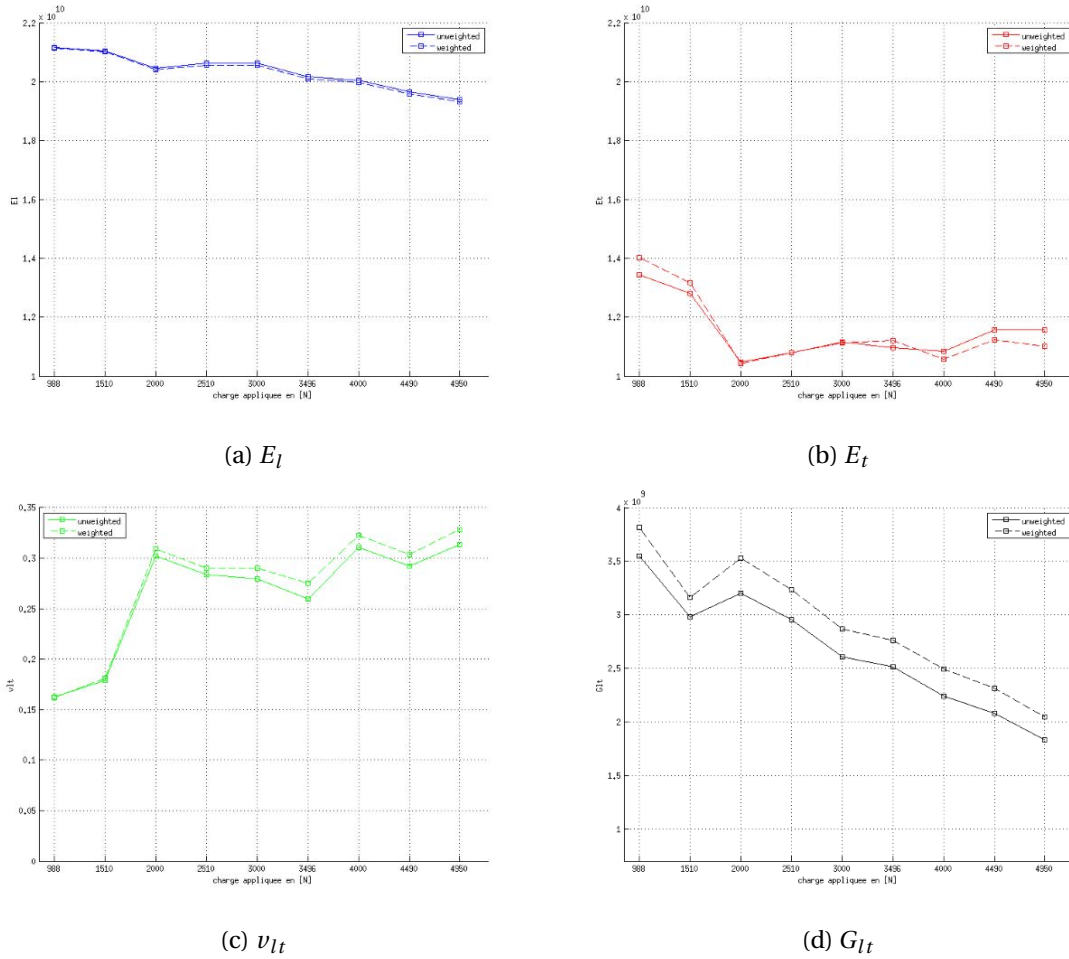


FIGURE 4.13 – Evolution des paramètres identifiés avec des mesures à l'échelle proche. Sans (trait continu) et avec (trait discontinu) pondération par la matrice de corrélation $[M_{DIC}]$. Les modules sont en Pa .

4.14. Les résultats de cette figure montrent que les deux approches sont capables d'identifier correctement le module d'Young longitudinal. Pour les premiers chargements l'approche multi-échelles obtient des résultats plus réalistes. A part le module d'Young transversal, les paramètres identifiés ici à partir de la mesure de champ, sont proches de ceux identifiés avec l'approche classique. La sensibilité du champ de déplacement est plus faible par rapport au module d'Young transversal qu'aux autres paramètres. En plus, les zones les plus sensibles sont très petites. Pour les deux approches, mono-échelle et multi-échelles, les paramètres évoluent tôt pendant l'essai. Ceci est probablement causé par de l'endommagement qui apparaît tôt pendant l'essai. Le modèle de simulation (linéaire orthotrope élastique) n'est pas capable de prendre en compte ce phénomène qui est de plus en plus présent dans la zone proche autour du perçage. Ceci peut expliquer pourquoi certains paramètres identifiés par la méthode présentée ici ne sont pas comparables aux valeurs identifiées de manière classique.

4.4 Analyse des cartes de résidu

Les paramètres évoluent très tôt dans l'essai, ce qui fait que le domaine élastique est difficile à déterminer. Pour étayer cette hypothèse, le résidu en déplacement (écart entre champ mesuré et champ simulé avec les paramètres identifiés) est affiché sur la figure 4.15 pour les chargements de 2 et 5 kN. On constate un résidu quasi homogène pour le chargement de 2 kN, ce qui laisse à penser que le modèle élastique or-

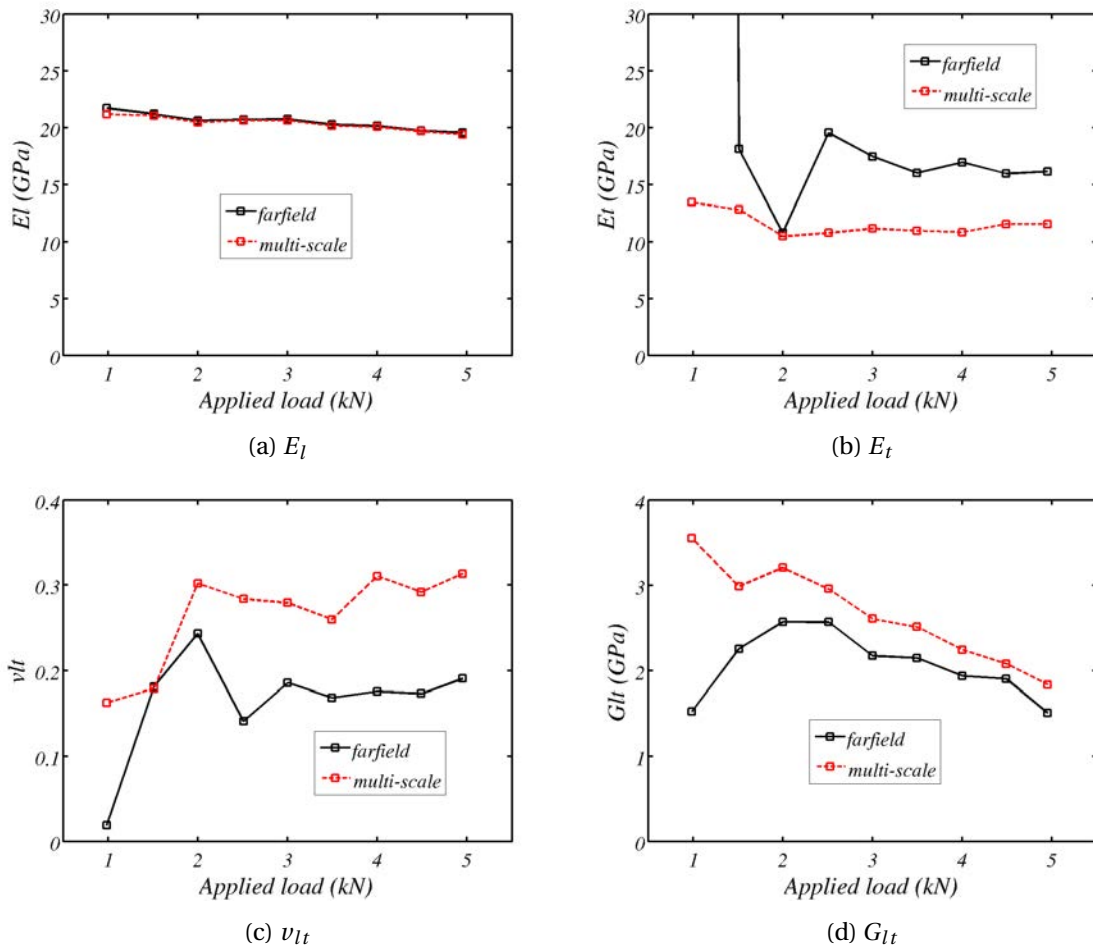


FIGURE 4.14 – Evolution des paramètres identifiés avec des mesures à l'échelle proche (rouge) et lointaine (noir).

thotrope représente bien le comportement de l'éprouvette à cet instant de l'essai. En revanche, des résidus plus importants et localisés près du trou (figure 4.15b) suggèrent qu'à un chargement de 5 kN, au moins localement, le modèle élastique linéaire n'est plus convenable. Ceci pourrait sans doute être interprété par l'apparition d'un endommagement. Pour les deux paramètres les plus identifiables, E_l et G_{lt} , on note en effet une diminution de rigidité au fur et à mesure du chargement.

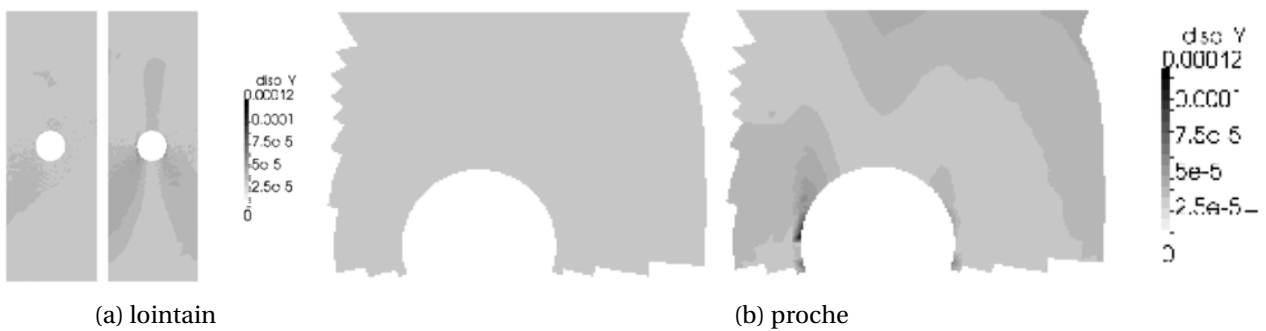


FIGURE 4.15 – Cartes des résidus des déplacements verticaux pour différents chargements, 2 (à gauche) et 5 kN (à droite).

5 Bilan

Dans ce chapitre la méthode d'identification de paramètres constitutifs basée sur la méthode de recalage de modèle EF utilisant des mesures de champs par CIN-EF multi-échelles est appliquée. Les résultats montrent que les incertitudes peuvent être diminuées en combinant un protocole expérimental multi-résolution à une méthode d'identification multi-échelles. Une identification à partir d'une mesure en champ proche est donc plus robuste au bruit, et donc plus fiable si la position de cette zone en champ proche se situe là où le champ de déplacement est sensible aux paramètres constitutifs. La méthode a été illustrée sur un essai réel, et montre la difficulté que peut représenter l'identification des paramètres élastique d'une éprouvette composite tant la structure semble s'endommager rapidement. L'utilisation d'un modèle éléments finis plus adapté au comportement du matériau (non-linéaire, avec endommagement) n'a hélas pas pu se faire faute de temps.

Mouchetis adapté à la CIN multi-échelles

Sommaire

1	Mouchetis multi-échelles	98
1.1	Réalisations et caractéristiques d'un mouchetis	99
1.2	Les couleurs fluorescentes	100
1.3	Les filtres optiques	101
1.4	Problématique de superposition de deux mouchetis	101
1.5	Méthodes expérimentales de réalisation d'un mouchetis fluorescent	102
2	Étude expérimentale	105
2.1	Distinction par l'éclairage	105
2.2	Distinction par le filtrage	109
2.3	L'hydrographie	112
3	Conclusion	120

La qualité de l'identification des paramètres constitutifs à partir de mesure de champs par corrélation d'images (mono- ou multi-échelles) dépend fortement de la qualité de la mesure. Celle-ci peut être améliorée en s'assurant par exemple d'avoir un matériel performant (qualité des caméras, des optiques, de l'éclairage, etc.) et parfaitement réglé, un algorithme de corrélation d'images avec des paramètres optimisés, mais aussi une texture sur l'objet (mouchetis) adaptée. Un mouchetis peut se caractériser, entre autre, par la quantité, la distribution spatiale et la taille des taches, le contraste et les gradients de niveaux de gris qu'il comporte. Un bon accord de ces paramètres conduit à des incertitudes de mesure minimales pour une mesure de champs à résolution spatiale donnée¹. Une mesure multi-échelles implique à priori un changement de résolution spatiale, ce qui nécessite donc une texture de résolution spatiale différente, c'est-à-dire des mouchetis différents.

Le travail présenté dans les chapitres précédents a été illustré par une mesure de champs à deux échelles menée sur une plaque trouée. Un mouchetis plus fin a été appliqué sur la zone qui est par la suite observée en champ proche. Mais considérons, par exemple, un essai de propagation de fissure où l'on souhaite observer, en champ proche, l'ouverture de la fissure et son environnement. Cette zone d'observation varie pendant l'essai : il n'est pas toujours possible de prévoir le trajet exact de la fissure. De fait il serait donc nécessaire d'appliquer un mouchetis fin sur une large zone pour favoriser la mesure en champ proche. Hélas, surtout à des rapports d'échelles élevés, la mesure à l'échelle lointaine deviendrait difficile, voir impossible sur cette zone, car la taille des taches deviendrait de l'ordre ou inférieur à celle d'un pixel, et un phénomène d'*aliasing* [Sutton et al., 2009] réhibitoire pour la corrélation d'images apparaîtrait. Une mesure correcte en champ lointain est pourtant requise pour le recalage d'images ou pour l'identification multi-échelles. Pour cela nous avons cherché une solution pour pouvoir effectuer une mesure par corrélation d'images de la même surface à différentes échelles et idéalement avec une incertitude de mesure minimale. Par la suite on s'intéresse donc à la mise en œuvre et à la caractérisation de deux (voir plusieurs) mouchetis sur une même surface.

La première partie de ce chapitre présente donc la problématique puis la mise en œuvre d'un mouchetis multi-échelles basée sur la superposition de deux mouchetis. Une introduction sur les outils utilisés (couleurs fluorescentes et filtres optiques) est d'abord donnée. Pour pouvoir observer plusieurs mouchetis de manière successive, deux principes sont présentés. Pour le premier, la distinction entre les mouchetis se base sur l'éclairage, qui est soit ultraviolet, soit de type lumière blanche. Pour cela un mouchetis en peinture de couleur fluorescente est superposé à un mouchetis de peinture classique. Pour le deuxième, la distinction entre les mouchetis se base sur le filtrage des longueurs d'ondes : l'éclairage est uniquement ultraviolet et des filtres couleurs permettent une observation distincte des mouchetis qui sont réalisés à base de peintures de différentes couleurs fluorescentes. La seconde partie est une étude expérimentale dans laquelle plusieurs scénarii de mouchetis multi-échelles sont mis en œuvre. Les incertitudes de mesure qui en découlent sont estimées par des tests de corrélation d'images. Dans les deux cas de distinction par l'éclairage ou par le filtrage. Une conclusion clôt ce dernier chapitre.

1 Mouchetis multi-échelles

Comme nous l'avons vu, la corrélation d'images numériques (CIN) calcule un champ de déplacement entre deux images en exploitant leur texture [Sutton et al., 1983]. Une texture en terme de niveau de gris est une condition préalable de la CIN. Si l'objet observé ne montre, par sa nature, pas de texture, ou une texture non-adaptée à la CIN, l'application d'un mouchetis est nécessaire. Sous l'hypothèse que la peinture du mouchetis suit tous les mouvements de la surface de l'objet, la CIN mesure la cinématique du mouchetis et donc de la surface de l'objet.

1. Ceci fait encore l'objet d'études, par exemple par le Groupe de Recherche GDR CNRS 2519 «Mesure de Champs et Identification en Mécanique du Solide» [Bornert et al., 2009; Amiot et al., 2013]

1.1 Réalisations et caractéristiques d'un mouchetis

En général, le mouchetis est réalisé manuellement par l'expérimentateur, par exemple avec de la peinture en bombe aérosol. La surface d'observation est peinte de manière monochrome en blanc (respectivement, en noir), puis les taches en noir (resp., en blanc) sont appliquées en appuyant doucement sur la buse de la bombe aérosol pour faire "cracher" la peinture sous forme de fines gouttelettes. La taille des taches peut être modifiée en faisant varier la distance entre l'objet et la buse. Un mélange entre des taches grosses, moyennes et fines peut donc être obtenu (dans une certaine mesure) en se rapprochant ou s'éloignant de l'objet. On peut distinguer plusieurs techniques pour appliquer la peinture sur l'objet.

La peinture peut, par exemple, être projetée. D'une part la peinture peut-être dispersée et ensuite accélérée : par exemple dispersée en trempant les brosses d'un pinceau dans la peinture, et accélérée par exemple en tapant le pinceau contre un objet rigide. A l'inverse, la peinture peut-être accélérée et ensuite dispersée : accélérée à l'aide de la pression, et dispersée par le passage au travers d'un orifice très fin afin de la vaporiser en fines gouttelettes (bombe aérosol, aérographe, vaporisateur).

Alternativement à sa projection, la peinture peut aussi être posée sur l'objet par contact. Par exemple, un objet intermédiaire avec un relief représentant les taches est peint et l'objet intermédiaire est serré contre l'objet à texturer, principe du tampon. Ou bien un objet intermédiaire laisse passer la peinture aux endroits souhaités et en protège l'objet à texturer à d'autres endroits, principe du pochoir.

De la poudre peut aussi servir à faire des mouchetis [Bornert et al., 2009]. Par exemple, de la poudre noire de toner d'imprimante, ou de la poudre métallique ou céramique, est soufflée sur une peinture encore humide. Cette technique est utilisée pour obtenir des taches de petite taille pour des mesures à grande résolution spatiale, mais aussi dans des cas de grandes déformations où la peinture n'arrive plus à suivre correctement la déformation de la surface de l'objet. Pour les très grandes déformations, par exemple pour les élastomères, les taches peuvent être aussi réalisées manuellement à l'aide de stylo feutre (technique du pointillisme).

La corrélation d'images s'applique à des images contenant des niveaux de gris. Il est important d'avoir une large dynamique de ces niveaux de gris afin de diminuer les incertitudes de mesures. Reu [2011] montre par exemple, sur des courbes en S issues d'images translatées, l'effet de la dynamique des images sur l'amplitude des erreurs. Un éclairage intense, un capteur CCD (ou CMOS) à grande profondeur de niveaux de gris (au moins 8 bits) et un mouchetis adapté favorisent la dynamique dans l'image. D'autre part, les taches (pour simplifier on parlera du diamètre moyen des taches) du mouchetis ne doivent être ni trop grandes, pour garder un bon contraste dans chaque zone élémentaire, ni trop petite, pour ne pas noyer le contraste dans l'unité du pixel (phénomène d'aliasing, lorsque la fréquence de la texture est inférieure à la fréquence d'échantillonnage spatial). D'après [Sutton et al., 2009] la taille idéale du diamètre d'une tache de mouchetis, qui conduit donc à un minimum d'incertitude de mesure, est environ de 3 pixels. Mais ce résultat dépend aussi des gradients de niveaux de gris présents dans la texture. Dans [Robert et al., 2007], les auteurs font évoluer la taille moyenne des taches d'un mouchetis synthétique et estiment l'erreur aléatoire (images en translation pure), dans leur cas un minimum apparaît pour des taches de taille moyenne entre 5 et 6 pixels. Reu [2011] montre aussi que, d'une part le contraste, mais aussi les gradients (en jouant sur la raideur des bords des taches) influent sur les erreurs de mesure en corrélation. En tout état de cause, la taille du mouchetis optimum est de quelques pixels et donc, exprimée en mm, cette taille doit être cohérente avec la résolution optique et la définition du capteur matriciel (nombres de pixels). Tout changement de grandissement optique pour la mesure par CIN du champ de déplacement d'un objet de taille fixé nécessite un changement de taille de la texture, donc un mouchetis adapté.

Jusqu'à présent, à notre connaissance, les travaux portant sur l'identification à partir de mesures de champs par corrélation d'images ne sont effectués qu'à une seule échelle pour une surface observée donnée. La problématique que l'on rencontre si on souhaite mesurer le champ de déplacement d'une

surface déformée à plusieurs échelles différentes, est que la texture n'est évidemment pas adaptée à toutes les échelles. Pour éviter des mesures avec de grandes incertitudes, il est nécessaire d'avoir un mouchetis adapté pour chaque échelle de mesure, c'est-à-dire un mouchetis multi-échelles. La question qui se pose alors est comment réaliser (*écrire*) et enregistrer sur une image (*lire*) des motifs différents sur une même surface ?

Dans ce travail, le développement d'une texture (ou des textures) sur une même surface, qui serait adaptée à chaque échelle de mesure, est proposé. Pour pouvoir distinguer proprement les différents mouchetis, les couleurs fluorescentes sous éclairage ultraviolet présentent un intérêt particulier. La lecture découplée des multi-mouchetis se base sur le contrôle des plages de longueurs d'ondes observées, soit au niveau de la source (éclairage), soit au niveau du récepteur (observation). La section suivante présente les couleurs fluorescentes, base de notre développement.

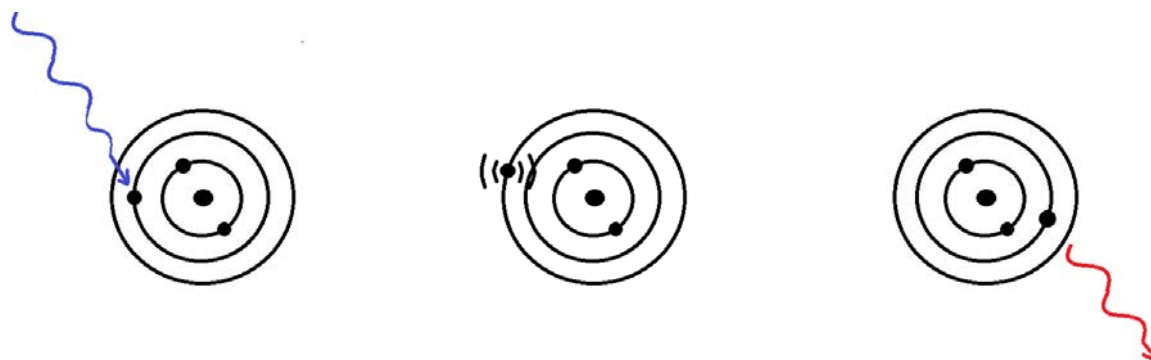
1.2 Les couleurs fluorescentes

La différence entre les couleurs fluorescentes et les couleurs non-fluorescentes est que ces premières sont capables d'absorber l'énergie de plusieurs rayonnements différents, puis de les émettre sous forme de lumière visible sous une seule longueur d'onde (ou plus exactement une plage de longueur d'onde réduite). En général, les couleurs fluorescentes absorbent en plus l'énergie des rayons ultraviolets (UV), ce qui les rend particulièrement visibles sous éclairage UV. Une couleur fluorescente verte, par exemple, réfléchit le vert du spectre visible mais en plus re-émet les rayonnements colorés de longueurs d'ondes inférieures à celle du vert. Cet effet rend les couleurs UV particulièrement lumineuses. En comparaison avec des couleurs conventionnelles (visibles sous lumière blanche), une analyse du spectre d'émission de couleur fluorescente montre des courbes plus pointues et plus élevées, ce qui montre qu'elles sont plus lumineuses et l'émission se fait sur une plage de longueurs d'ondes plus fines. Ces propriétés simplifient le filtrage car le risque de superposition est diminué. De plus, un éclairage par rayonnement UV fait apparaître uniquement les couleurs fluorescentes dans le spectre visible et ne fait pas apparaître les couleurs non-fluorescentes. D'autre part, certains fluorophores émettent, en plus, uniquement sous éclairage UV et non sous éclairage dans le spectre visible (lumière blanche) : ce sont les *IF invisibles fluorescents*. Une peinture à base d'un tel fluorophore restera donc transparente sous lumière blanche (si son épaisseur est faible). Une peinture non-fluorescente n'est donc pas masquée si une couche de peinture invisible fluorescente (IF) est déposée dessus. Ceci rend possible une segmentation propre entre les couleurs visibles et les couleurs IF par, simultanément, un éclairage avec des longueurs d'ondes uniquement en dessous du spectre visible (donc UV), puis un éclairage avec des longueurs d'ondes uniquement en dessus du spectre UV (éclairage blanc).

On peut rappeler ici que l'origine de la lumière peut être soit thermique soit non-thermique. Si l'émission de la lumière est due à la chaleur, on parle d'incandescence, et la couleur de la lumière émise dépend principalement de la température (et très peu du matériau). Sinon on parle de luminescence (ou de lumière froide), et la couleur émise dépend de la nature du matériau. La luminescence décrit la propriété d'une molécule excitée de ré-émettre l'énergie sous forme d'émissions lumineuses. Selon le mode d'excitation il existe plusieurs types de luminescence (chimi-, bio-, thermo-, electro- ou photo-luminescence). Dans le cas de la photoluminescence, la molécule est excitée par absorption de photons. La fluorescence est, comme la phosphorescence, un effet de photoluminescence. Les photons transmettent leurs énergie aux électrons qui en conséquence bougent dans un niveau d'énergie supérieur. En revenant au niveau d'excitation initial, la molécule émet des photons. Contrairement à la phosphorescence, l'effet de la fluorescence est défini par la courte durée de vie de l'émission des photons.

La figure 5.1 montre une molécule d'un fluorophore excitée par un rayon de lumière UV énergétique à courte longueur d'onde. Dans son état excité, l'électron perd de l'énergie jusqu'à ce qu'il change à un état d'énergie inférieur par émission d'une lumière moins énergétique, c'est-à-dire à fréquences inférieures.

Comme évoqué auparavant, les couleurs fluorescentes peuvent être visibles sous éclairage en lumière



(a) Une molécule d'un fluorophore est excitée par une lumière de courte longueur d'onde.

(b) La molécule à l'état excité.

(c) Après excitation, émission de photon.

FIGURE 5.1 – Principe de la fluorescence. Ce schéma simplifié illustre une molécule de fluorophore avec ses états d'énergie.

blanche, ou invisible, dans ce cas on les appelle *invisible fluorescent (IF)*. Par la suite, dans ce travail, nous avons utilisé des peintures IF.

1.3 Les filtres optiques

Un filtre optique permet de filtrer la lumière selon certaines caractéristiques, e.g. la polarisation, l'angle d'incidence ou la longueur d'onde. Dans ce travail on s'intéresse aux filtres optiques qui ne transmettent qu'une certaine plage de longueurs d'ondes, c'est-à-dire des filtres qui ne laissent passer qu'une certaine couleur. Grâce à ces filtres il est possible d'observer à la fois, e.g. soit un motif en bleu, soit un motif en rouge, peint sur la même surface. Les filtres interférentiels (figure 5.2(b)) permettent de sélectionner une fine partie du spectre. Ils sont conçus de deux lames semi-réfléchissantes. L'onde qui s'installe entre ces deux lames ne peut être que de quelques longueurs d'onde. Par opposition aux filtres couleurs, ils sont en verre et ont une certaine épaisseur. Les filtres couleurs (figure 5.2(a)), comme par exemple les filtres Wratten, sont des filtres en gélatine qui ressemblent à du film plastique. Ils sont de faible épaisseur et laissent passer une plage plus large de longueur d'ondes que les filtres interférentiels.



(a) Filtres couleurs



(b) Filtres interférentiels

FIGURE 5.2 – Les filtres optiques

1.4 Problématique de superposition de deux mouchetis

Deux principes différents d'écriture et de lecture de deux mouchetis vont être présentés et testés par la suite. Leur distinction sera guidée soit par le type d'éclairage soit par le filtrage des couleurs. Ces deux

principes basiques peuvent être combinés entre eux pour obtenir des mouchetis adaptés à plus de deux résolutions spatiales différentes.

La distinction par éclairage. Un mouchetis de peinture fluorescente invisible (IF, que l'on considère dans ce travail) est superposé à un mouchetis classique. Le mouchetis classique, peint en noir et blanc, est visible sous éclairage blanc et invisible sous éclairage UV. Les propriétés de la peinture fluorescente IF sont inversées, c'est-à-dire que le mouchetis fluorescent est invisible sous éclairage en lumière blanche et visible sous éclairage UV. Contrairement à la peinture du mouchetis classique, la peinture IF montre des propriétés de transparence si la couche de peinture reste suffisamment fine. Sous éclairage blanc elle ne voile donc pas la couche de peinture qui est en dessous. Par contre les peintures non-fluorescentes apparaissent noires sous éclairage UV et couvrent la couche de peinture du dessous. Le mouchetis fluorescent se prête donc à être superposé au mouchetis classique. Bien entendu il est nécessaire de disposer de deux types d'éclairage (lumière blanche et lumière UV) et de les allumer de manière successive. L'inconvénient de cette approche de distinction par la source est que, souvent, l'éclairage blanc nécessite un certain temps entre le moment où la lampe est éteinte et le moment où elle est rallumée.

La distinction par filtrage. Deux mouchetis de peinture fluorescente IF de couleurs différentes sont superposés. Sous éclairage UV chaque peinture émet dans le spectre visible, qui se situe à des longueurs d'ondes entre environ 380 nm et 780 nm. Des filtres optiques permettent d'observer des plages de longueur d'onde bien réduites. Pour pouvoir séparer proprement les deux couleurs différentes, il est important que les bandes de longueurs d'onde des deux filtres ne se chevauchent pas. Il est donc favorable de travailler avec des couleurs à des longueurs d'ondes éloignées l'une de l'autre.

1.5 Méthodes expérimentales de réalisation d'un mouchetis fluorescent

Une étude expérimentale a été menée afin de pouvoir déterminer quelle est la meilleure technique pour créer et distinguer deux, voire trois mouchetis adaptés à des résolutions spatiales différentes. En préparation d'un essai sur une plaque de matériau composite, nous souhaitons obtenir des diamètres de taches moyens inférieurs à 0,25 mm. L'étude porte sur les techniques qui produisent des taches en dessous de cette taille.

Dans cette partie on étudie la création de mouchetis grâce aux couleurs invisibles fluorescentes (IF). Différentes techniques sont testées pour appliquer de la peinture IF à l'objet souhaité, ici, des plaques minces de matériau composite. Le but est de trouver une ou plusieurs techniques qui permettent de créer des mouchetis ayant les propriétés souhaitées, c'est-à-dire, une certaine densité, et variabilité de taille de tache.

Le pochoir Le pochoir présente l'avantage que le motif du mouchetis peut-être prédéfini. Ici, le pochoir est un support plat, troué, qui est appliqué sur l'objet. La peinture est étalée ou vaporisée sur le pochoir qui laisse passer la peinture par les trous. Les trous peuvent être créés par exemple avec des aiguilles ou des clous de différents diamètres. Un support de type feuille de papier n'est pas approprié car il absorbe la peinture humide et se met à onduler (voir la figure 5.3a et 5.3e).

Il est donc difficilement utilisable plusieurs fois. Le papier ondulé provoque l'effet défavorable de l'étalement de la peinture. Le support en matière plastique est moins sensible à cet effet, mais il est quand même difficile de faire passer la peinture par tous les trous, en particulier ceux de petite taille. La fabrication manuelle d'un pochoir est longue et fastidieuse.

La bombe aérosol La bombe aérosol de peinture IF ne présente pas ces limitations. L'aérosol utilisé ici est de couleur rouge, de la marque *Clearneon*. La consistance de la peinture est poudreuse. Il n'est donc pas possible de faire asperger la peinture sous forme de gouttelettes en appuyant doucement sur l'arrière de la buse comme habituellement avec les bombes de peinture pour les mouchetis classiques. Il est par contre

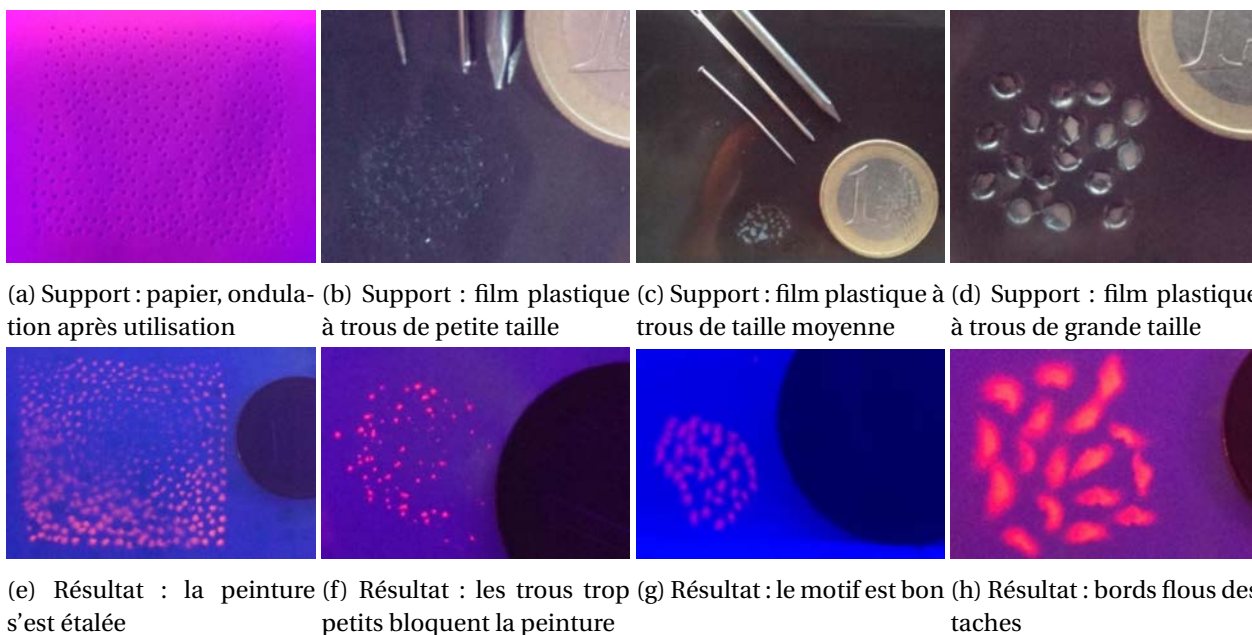


FIGURE 5.3 – Les pochoirs (a-d) et les textures obtenues correspondantes (e-h), avec la bombe aérosol fluorescente.

possible d'obtenir des gouttelettes en présentant un tamis entre la bombe et l'objet (voir figure 5.4). La taille des gouttelettes dépend de la taille des mailles du tamis et des distances entre l'objet, le tamis et la bombe. Les meilleurs résultats sont obtenus en tenant le tamis relativement proche de la buse. Par contre, le tamis se bouche assez rapidement avec le liquide de l'aérosol. Il est donc nécessaire soit de rincer le tamis, soit d'utiliser un endroit vierge du tamis. Il s'avère que des filtres permanents à thé ou à café sont des tamis relativement bien appropriés.

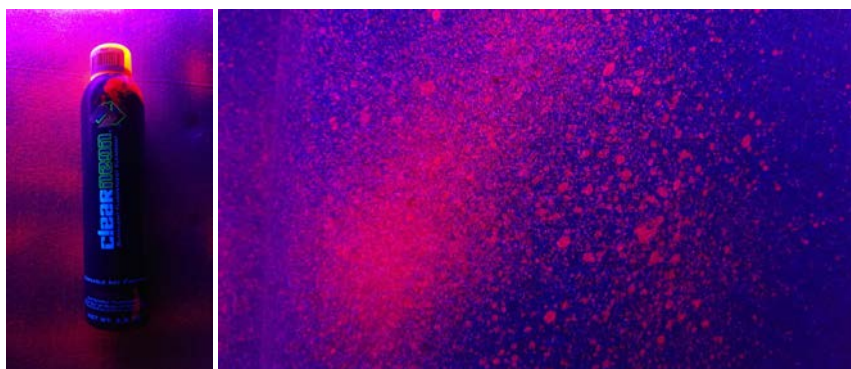


FIGURE 5.4 – Bombe aérosol (à gauche) et mouchetis obtenu au travers d'un tamis de nylon (à droite).

Le vaporisateur manuel Il s'agit de modèles identiques à ceux des nettoyeurs de surfaces et de vitres vaporisables. Appliqué à une peinture fluorescente invisible visqueuse, la taille des gouttes dépend en général du degré de dilution et les tailles des taches varient fortement. Pour obtenir uniquement des taches fines, la peinture est diluée et l'objet est posé parallèlement au jet pour absorber le nuage de petites gouttelettes. La figure 5.5 montre le vaporisateur et le motif obtenu.

Aérographe La génération de mouchetis avec **aérographe** n'a pas été satisfaisante : la peinture des couleurs IF de la marque MOONGLO® (voir la figure 5.13) qui a été utilisée ici est de la peinture acrylique à

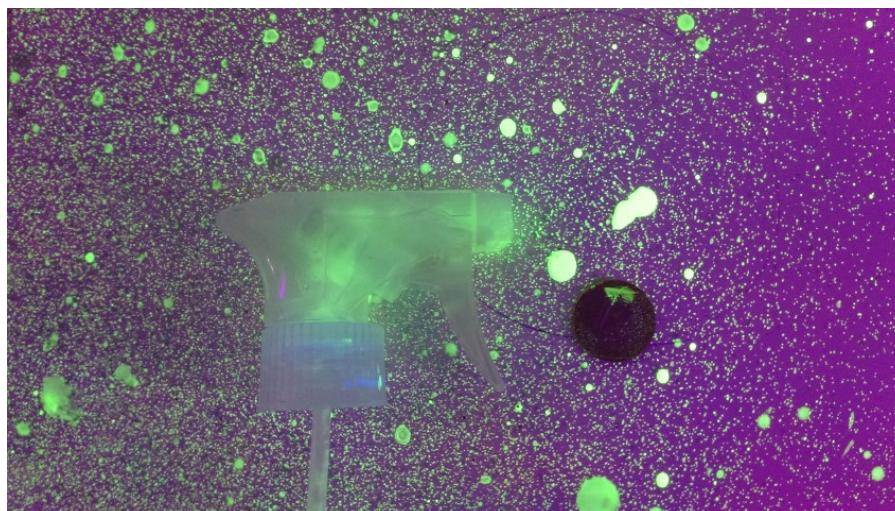


FIGURE 5.5 – Vaporisateur manuel et mouchetis obtenu.

l'eau. Elle est de consistance visqueuse et ne peut pas, à cause de cela, être utilisée directement avec un aérographe. Par contre, la peinture peut être fluidifiée en la mélangeant avec de l'eau distillée. L'avantage est que plus la peinture est diluée, mieux elle est appropriée à l'aérographe. L'inconvénient est qu'une peinture diluée est moins fluorescente, c'est-à-dire moins intense. Un aérographe peut donc créer des mouchetis invisibles fluorescents adaptés à une petite échelle, mais par contre le résultat sera peu satisfaisant si l'intensité de l'éclairage n'est pas suffisamment puissant.

La poudre Elle est souvent utilisée pour obtenir des petites taches. Elle est dispersée sur la peinture du fond qui, encore humide, fixe la poudre sur l'objet. La poudre fluorescente qui été utilisée ici (voir la figure 5.13a à 5.13c) est de consistance agglomérante. Elle a été dispersée par un tamis. Malgré la dispersion, les taches sont de taille supérieure à environ $0,4\text{mm}$ (voir la figure 5.6).

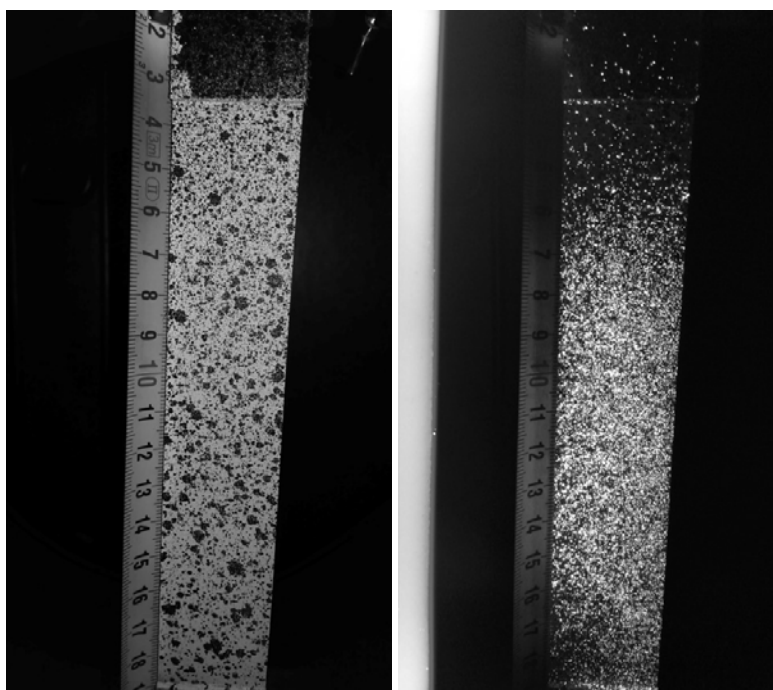


FIGURE 5.6 – Poudre fluorescente appliquée à une éprouvette de matériaux composite.

On peut noter que la taille des taches obtenues dépend non seulement du matériel utilisé (poudre) mais aussi de la viscosité de la peinture support.

Hydrographie L'hydrographie est une technique prometteuse pour appliquer un motif défini sur la surface d'un objet plan ou non-plan. A notre connaissance, l'hydrographie n'a pas encore été utilisée pour déposer un mouchetis. Cette technique sera présentée en détail dans la dernière section de la seconde partie, où le dépôt de (multi-)mouchetis par hydrographie sera testé.

Remarque : la création de mouchetis fluorescents avec un tampon n'a pas été testée ici et pourra être exploitée dans des travaux futurs.

2 Étude expérimentale

2.1 Distinction par l'éclairage

Comme vu précédemment, une manière simple pour créer et ensuite pouvoir distinguer deux motifs est de poser un motif avec une couleur uniquement visible sous lumière blanche et un autre motif de couleur invisible sous lumière blanche mais visible sous éclairage UV. En fonction de l'éclairage, il est possible d'observer ces motifs séparément. Dans cette première étude, on applique un mouchetis visible (à l'éclairage en lumière blanche) en noir et blanc et un mouchetis IF en rouge. Le mouchetis IF n'est visible que sous un éclairage UV. La peinture rouge apparaît blanche sur les images acquises par une caméra monochrome. Ici (voir figure 5.7), un mouchetis de petit diamètre de taches est appliqué avec de la peinture noire sur un fond blanc. Un deuxième mouchetis avec de tailles de taches plus fines est superposé à l'aide de la bombe aérosol IF "Clearneon" en tenant un tamis grossier devant la buse. La figure 5.7 montre les images des mouchetis obtenues avec une caméra CCD (AVT Dolphin F-145B, 1392 x 1040 pixels, 8 bits) avec différents éclairages et à différentes résolutions spatiales.

Analyse des incertitudes de mesure Pour pouvoir caractériser la performance de la mesure par CIN à partir des images des mouchetis montrés précédemment, les images illustrées figure 5.7 sont analysées de deux manières : d'une part on effectue une étude de sensibilité par rapport au bruit d'image, d'autre part on effectue une étude de déplacement de type translation de solide rigide sub-pixel. L'analyse s'effectue sur la zone définie par la ROI qui est marquée en jaune sur les images de la figure 5.7. Pour la CIN, cette zone est maillée avec des éléments bilinéaires Q4 de différentes tailles : 16, 32, 64 et 128 pixels par élément. Sur la figure 5.7 les croix en blanc à l'intérieur de la ROI représentent les nœuds du maillage de 128 pixels par élément. Les images sont analysées de la même manière que pour l'essai de la plaque trouée (voir la description détaillée dans la section 3.2).

Pour analyser les incertitudes de mesure par rapport au déplacement de solide rigide sub-pixel, une série d'images translatées est générée avec des déplacements imposés entre 0 et 1 pixel avec un pas de 0,1 pixel. De manière classique, on calcule l'erreur aléatoire et l'erreur systématique, en fonction du déplacement sub-pixel imposé, à partir des résultats obtenus par la CIN. Les courbes sont présentées sur la figure 5.8 pour les maillages de 16 et de 32 pixels par élément et figure 5.9 pour les maillages de 64 et de 128 pixels par élément.

On retrouve sur les figures 5.8 et 5.9 que l'erreur aléatoire diminue à peu près linéairement avec la diminution de la résolution spatiale (i.e. lorsque le nombre de pixels par élément augmente) alors que l'erreur systématique n'est quasiment pas sensible au nombre de pixels par élément (excepté lorsque celui-ci est relativement faible).

Pour l'analyse des incertitudes de mesure par rapport au bruit d'image, un bruit gaussien de moyenne nulle et d'écart-type de 1 niveau de gris est ajouté aux images. L'algorithme de corrélation d'images calcule

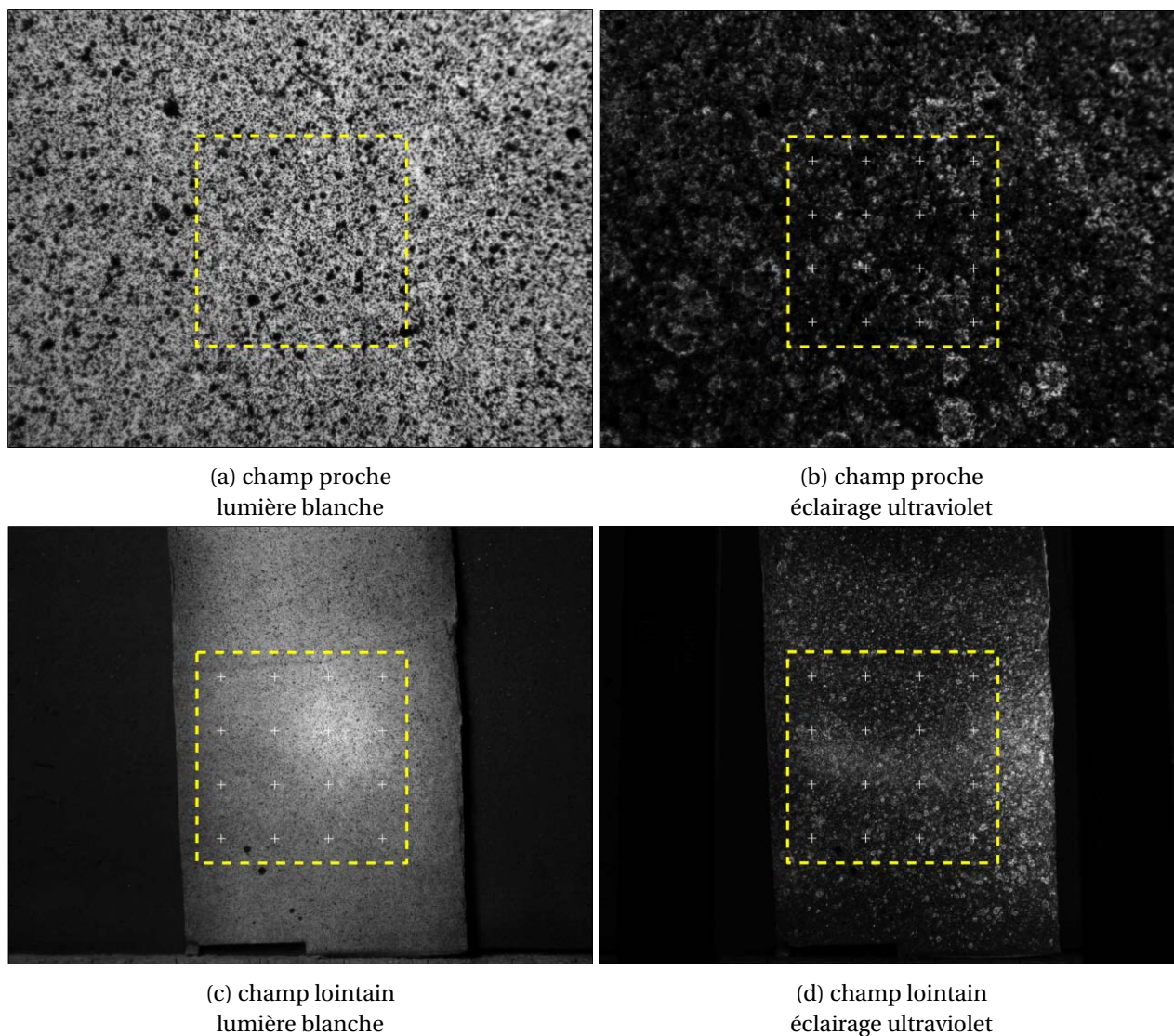


FIGURE 5.7 – Observation d'un multi-mouchetis à différentes résolutions spatiales sous lumière blanche et sous lumière UV. Le rapport d'échelles est de 1 : 9. La ROI est marquée en jaune.

le champ de déplacement entre l'image de référence et l'image bruitée qui, sans bruit ajouté, serait égal à zéro. Les maillages utilisés pour la CIN sont toujours de 16, 32, 64 et 128 pixels par élément. La figure 5.9 montre les valeurs moyennées sur 20 tirages de bruit. Les valeurs sont toutes exprimées en pixel de l'échelle lointaine (les résultats en champ proche sont simplement divisés par le rapport d'échelle entre les images). La figure 5.9 de gauche présente l'erreur aléatoire et celle de droite présente l'erreur systématique.

On peut faire les mêmes remarques que précédemment, à savoir que l'erreur aléatoire diminue linéairement lorsque le nombre de pixels par élément augmente alors que l'erreur systématique reste constante.

Concernant la texture, les figures 5.8 et 5.9 montrent que pour ce rapport d'échelle de 1 : 9, le mouchetis fluorescent est moins adapté, en terme d'incertitudes de mesure, au champ proche que le mouchetis non-fluorescent. Par contre pour le champ lointain le mouchetis fluorescent conduit à moins d'incertitudes de mesure que le mouchetis non-fluorescent.

Essai avec une peinture IF déposée à l'aide d'un vaporisateur manuel Afin de pouvoir comparer avec l'essai du mouchetis IF déposé avec la bombe aérosol, un deuxième essai est proposé ici, dans lequel le

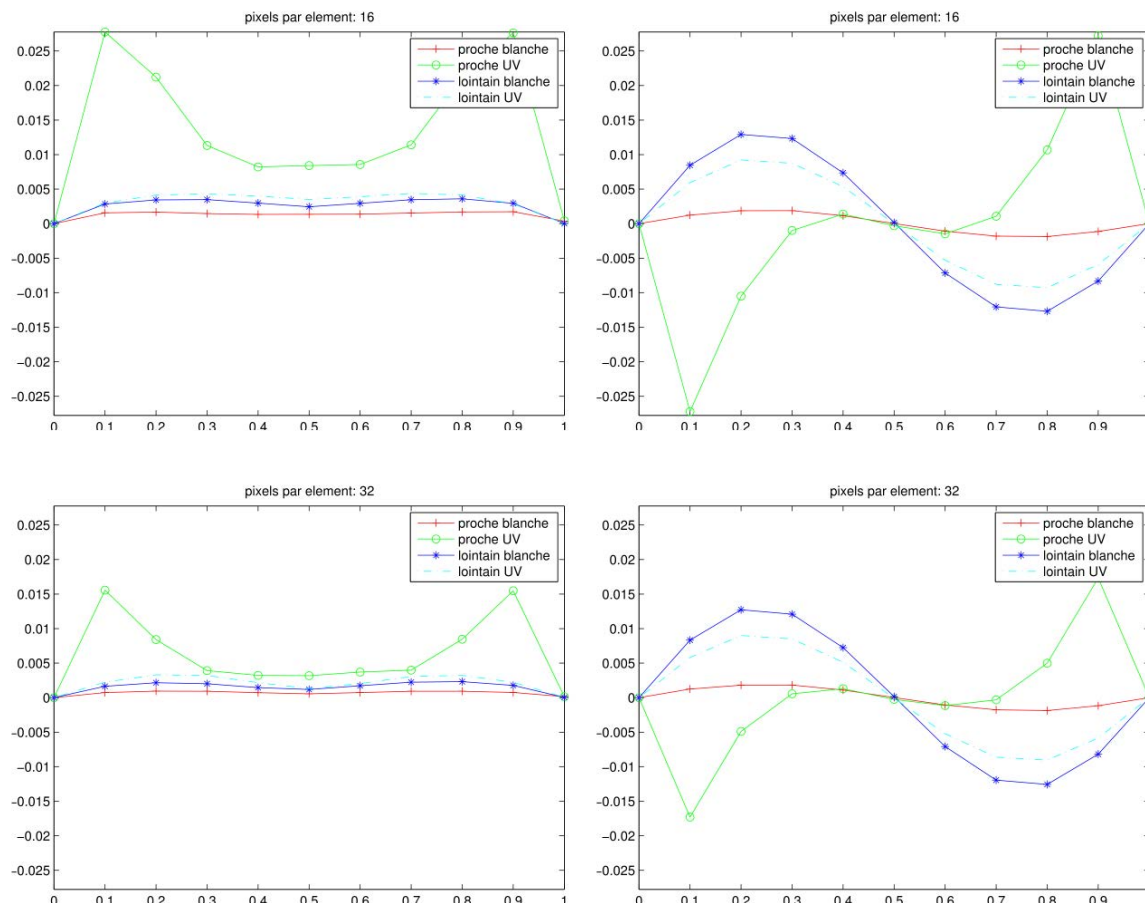


FIGURE 5.8 – Evolution des erreurs en fonction du déplacement sub-pixel de l'image. Erreur aléatoire (à gauche) et erreur systématique (à droite) mesurées avec un maillage de 16 (en haut) ou 32 (en bas) pixels par élément.

mouchetis est déposé avec un vaporisateur manuel. La peinture utilisée est de la peinture jaune IF de la marque MOONGLO® diluée avec de l'eau distillée. Sur une éprouvette composite percée est donc déposé un mouchetis fin classique (visible en lumière blanche) et un mouchetis grossier IF déposé à l'aide d'un vaporisateur manuel (voir la figure 5.11). Des images aux deux échelles (champ proche et champ lointain) ont été prises soit sous éclairage UV, soit sous lumière blanche et sont présentées figure 5.11.

Les erreurs aléatoires ont été calculées en corrélant ces images avec des images déplacées en translation de solide rigide de 0,5 pixel (point où les erreurs aléatoires sont maximales), en faisant varier le nombre de pixels par élément (c'est-à-dire, connaissant le grandissement optique en pixel/mm, la taille des éléments en mm). Le résultat est présenté figure 5.12.

Sur cette figure, les courbes en haut à droite correspondent au champ lointain, et celles en bas à gauche au champ proche. Dans ce cas, les incertitudes sont globalement minorées pour les images en champ proche car le mouchetis est plus adapté, mais en champ proche l'optimum correspond aux images sous éclairage en lumière blanche, alors qu'en champ lointain le mouchetis sous éclairage UV est plus adapté. En conclusion, nous obtenons ici un mouchetis à deux échelles performant : le mouchetis dans le visible sera utilisé pour la mesure en champ proche et le mouchetis sous UV pour la mesure en champ lointain.

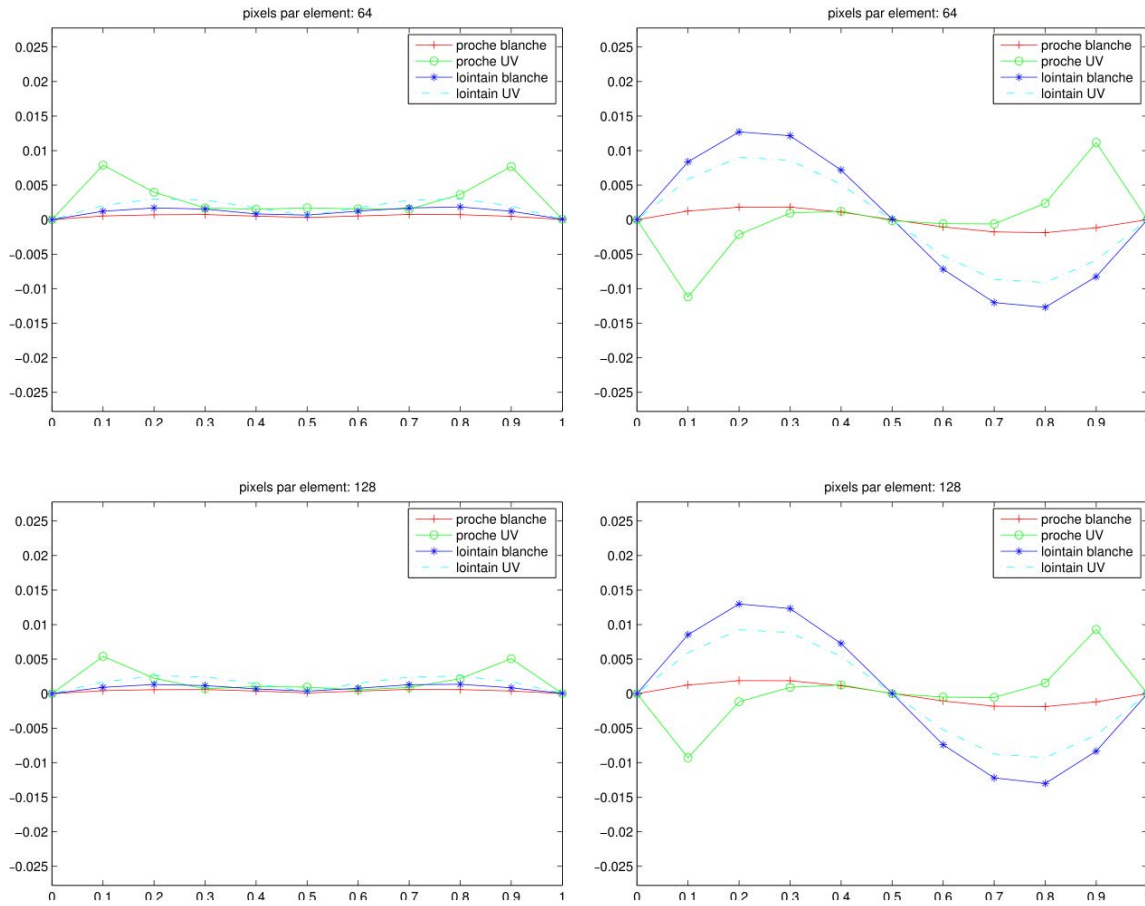


FIGURE 5.9 – Evolution des erreurs en fonction du déplacement sub-pixel de l'image. Erreur aléatoire (à gauche) et erreur systématique (à droite) mesurées avec un maillage de 64 (en haut) ou 128 (en bas) pixels par élément.

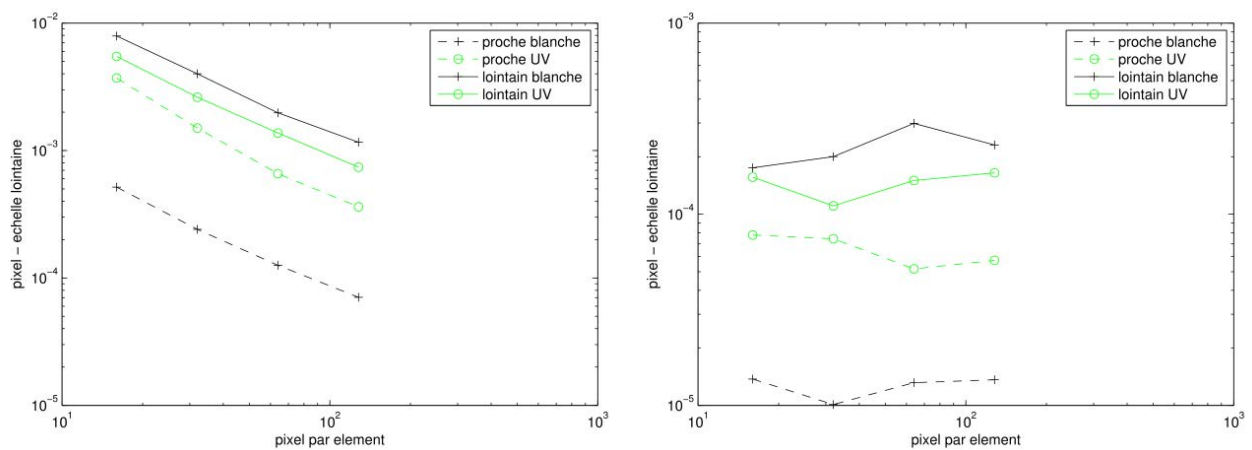


FIGURE 5.10 – Sensibilité par rapport au bruit d'image en fonction de nombre de pixels par élément. A gauche, erreur aléatoire ; à droite, erreur systématique.

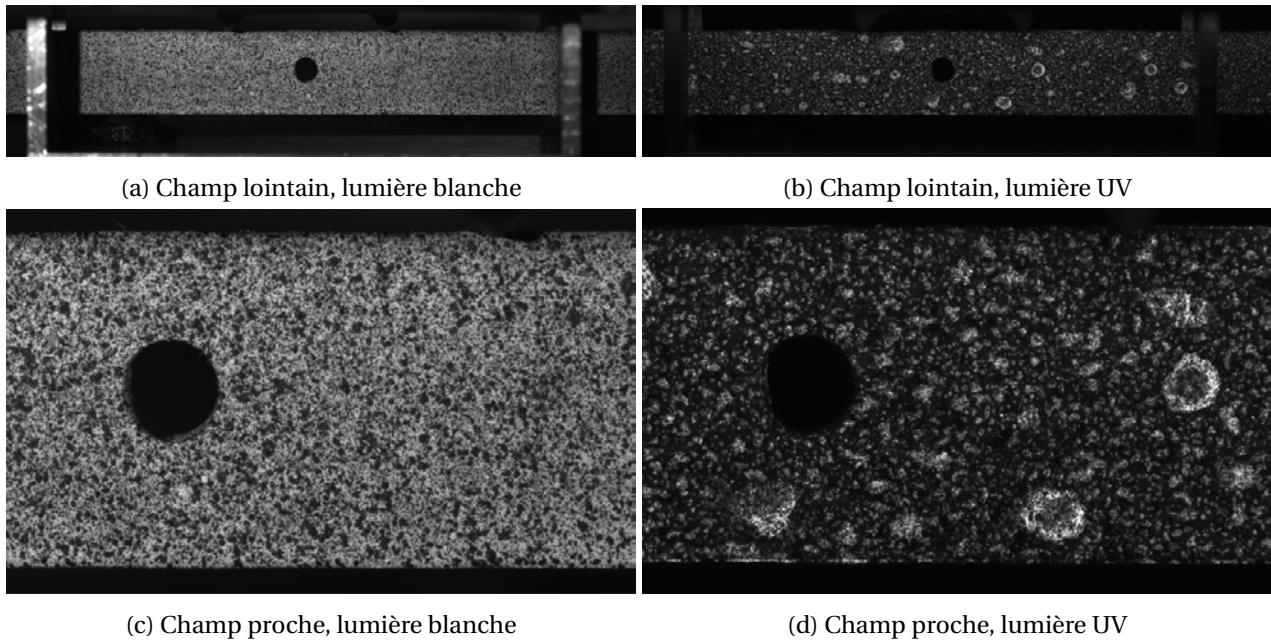


FIGURE 5.11 – Images champ proche et champ lointain en éclairage blanc ou UV, pour l'essai avec une peinture IF déposée à l'aide d'un vaporisateur manuel.

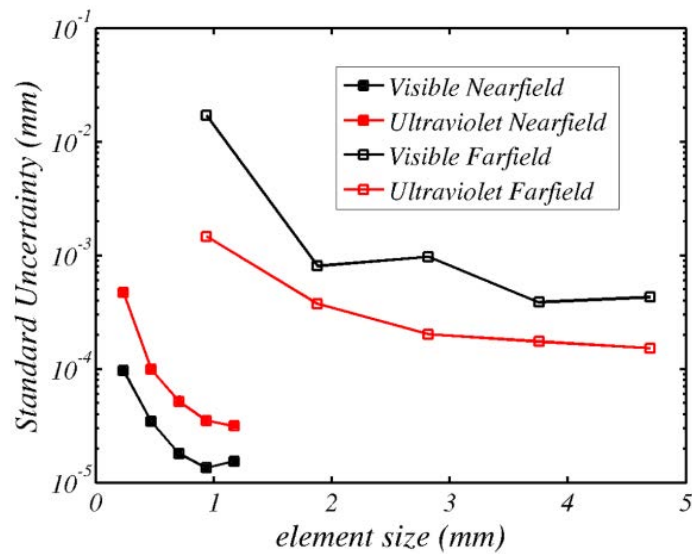


FIGURE 5.12 – Erreurs aléatoires en fonction de la taille des éléments pour les images en champ proche et lointain en éclairage blanc ou UV.

2.2 Distinction par le filtrage

Dans ce travail, pour des raisons de mise en œuvre, des filtres gélatine de type Wratten sont utilisés, car d'une part nous en avons de disponibles au laboratoire et d'autre part pour installer un filtre entre l'objectif et le capteur CCD il est plus facile de prendre un filtre de faible épaisseur. Si le filtre couvre toute la surface de la lentille en avant de l'objectif, le filtre peut aussi être placé entre l'objet et l'objectif et dans ce cas l'épaisseur du filtre n'est plus gênante. Ceci n'est pas le cas ici.

Segmentation par filtrage de longueur d'onde uniquement sous éclairage UV. Une segmentation par filtrage de la longueur d'onde uniquement sous éclairage UV est intéressante si on souhaite séparer plus

de deux motifs différents, ou si on souhaite garder un seul type d'éclairage pendant tout l'essai. Les filtres passe-bande optiques sont utilisés pour filtrer le spectre des ondes électromagnétiques visibles en ne laissant passer qu'un certain intervalle de longueur d'onde (un filtre sélectionne une certaine plage de couleur).

Dans ce paragraphe, on utilise une peinture en voie aqueuse et de consistance visqueuse. Elle n'apparaît pas sous lumière blanche. La poudre consiste en du ZnS et du Ag (bleu), Cu (vert) ou Mn (orange). L'éclairage est réalisé à l'aide d'un tube fluorescent au gaz à basse pression de 60W. La figure 5.13 montre de la peinture (en haut) et de la poudre (en bas) sous un éclairage de lumière blanche (à gauche) et UV (au centre et à droite).

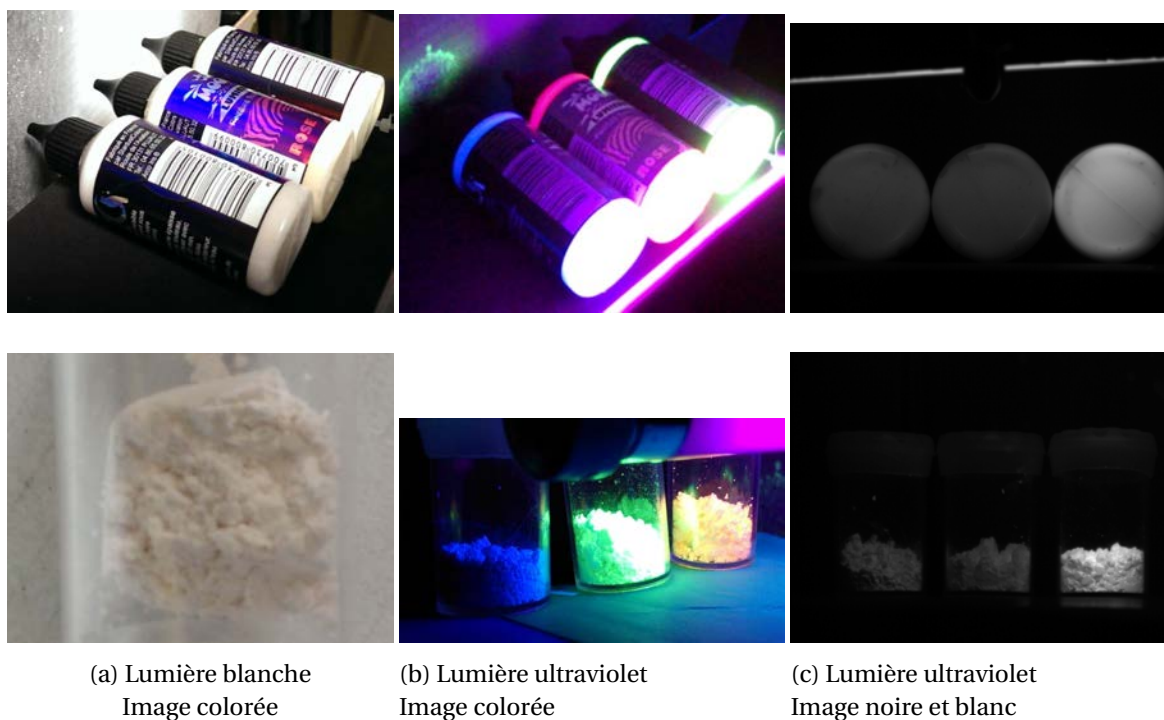


FIGURE 5.13 – Peinture et poudre fluorescente éclairées sous lumière blanche ou UV et prise en photo par une caméra couleur et une caméra monochrome

La figure 5.14 montre les images de ces couleurs à travers trois filtres différents. On observe qu'il est possible de séparer les couleurs grâce aux filtres, et que la luminance diminue.

Les trois graphes en bas de la figure 5.14 présentent les propriétés des trois filtres Wratten. En abscisse est indiquée la longueur d'onde et en ordonnée le pourcentage de luminosité qui passe à travers le filtre. Ces filtres sont des filtres en gélatine (film plastique). Pour pouvoir séparer proprement deux couleurs différentes, il est important que les bandes de longueurs d'onde de deux filtres ne se chevauchent pas, il faut donc travailler avec des couleurs centrées sur des longueurs d'ondes suffisamment éloignées l'une de l'autre.

Superposition de deux mouchetis Le protocole est le suivant : une première couche de peinture de taches grossières est appliquée avec la bombe aérosol «Clearneon» et un tamis qui est constitué de deux couches de tissu en nylon. La deuxième couche de peinture de taches fines est créée avec de la peinture verte IF diluée qui est projetée avec un vaporisateur manuel.

Diverses images de ce mouchetis sont présentées sur la figure 5.15.

En haut de la figure 5.15 on montre le mouchetis couleur sans filtre (à gauche), à travers un filtre Wratten rouge (au centre) et un filtre Wratten vert (à droite). Les images de ce mouchetis prises par une caméra monochrome sont présentées dans la ligne du milieu. Pour mieux montrer les choses, la luminance des deux images filtrées est augmentée numériquement par un post-traitement sous MatLab. Le bruit d'image due

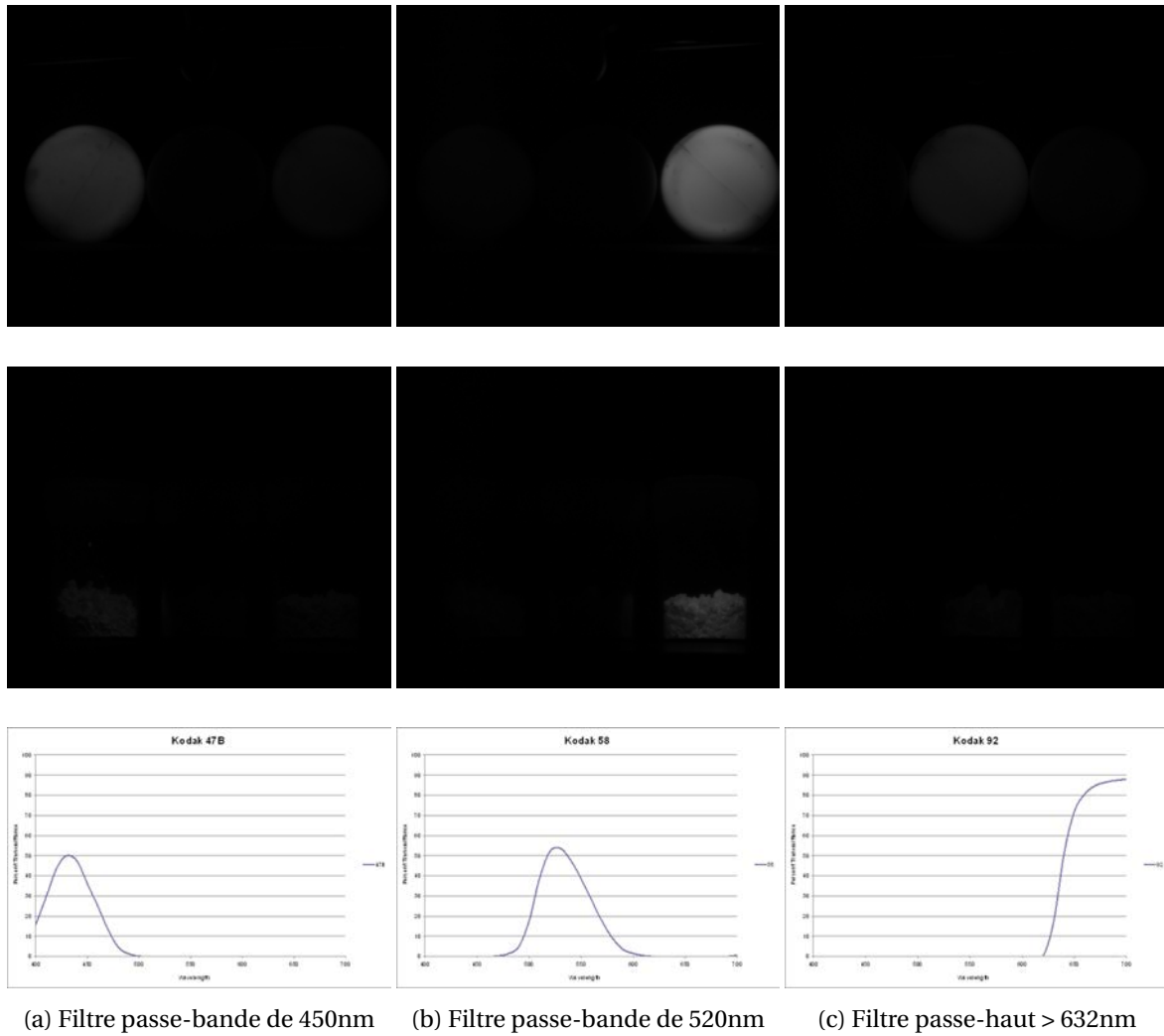
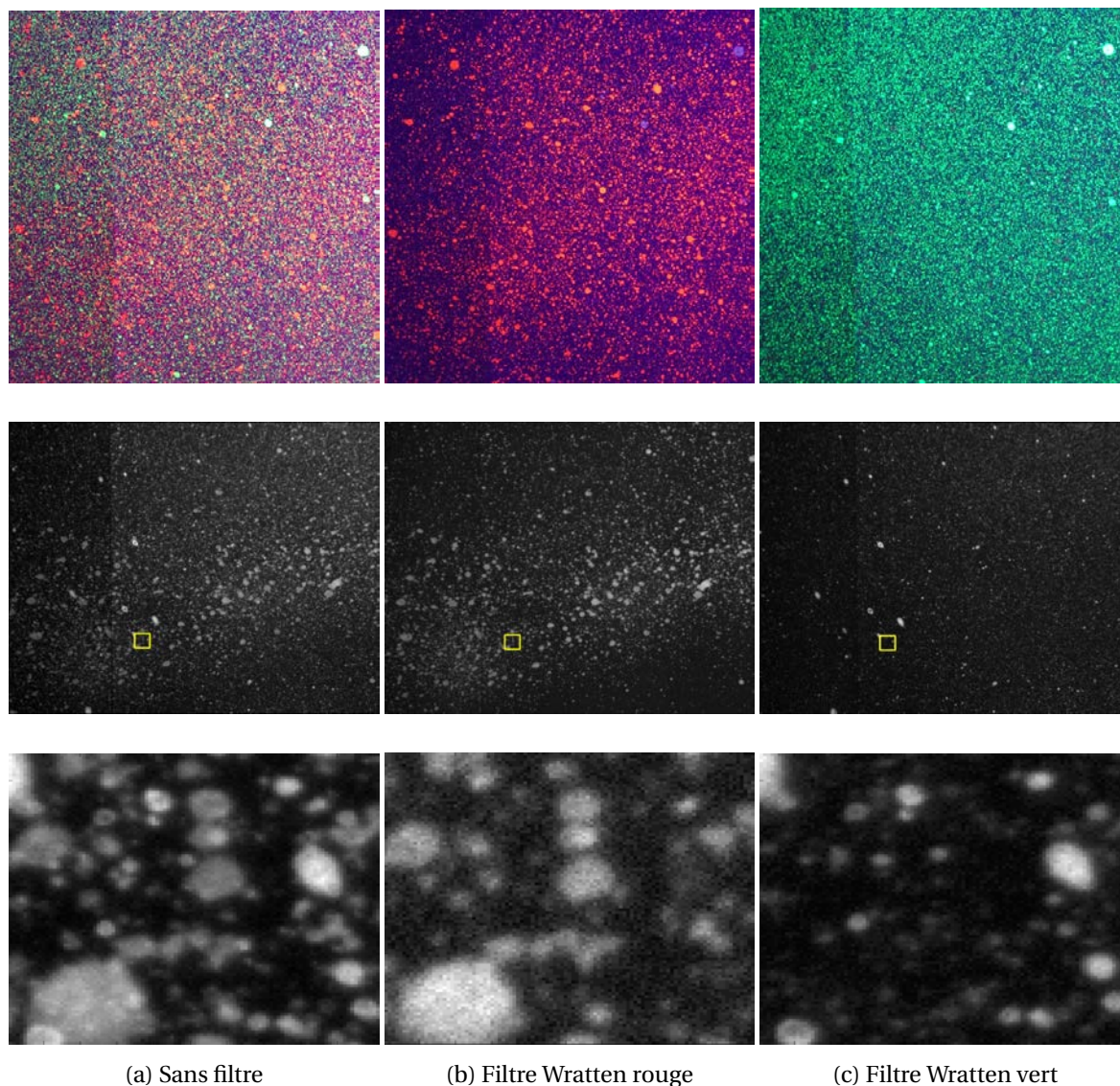


FIGURE 5.14 – Images obtenues à l'aide des 3 filtres Wratten (de gauche à droite). En haut, tube de peinture fluorescente, et au centre poudres fluorescente. En bas, bande spectrale des 3 filtres. La luminance diminue dû aux filtres.

au capteur CCD est donc amplifié. Ceci se voit clairement dans les images du bas qui sont des agrandissements des zones marquées en rectangle jaune sur les images de la ligne centrale. La figure 5.15 montre qu'il est possible avec des filtres d'observer deux mouchetis différents sur une même surface.



(a) Sans filtre

(b) Filtre Wratten rouge

(c) Filtre Wratten vert

FIGURE 5.15 – Superposition de deux mouchetis. Les grosses taches sont en rouge, les taches fines en vert. Du haut en bas : (1) Images prises avec une caméra couleur. (2) Images prises avec une caméra monochrome. (3) Agrandissement d'une zone de 100 x 100 pixels (rectangle jaune). De gauche à droite, caméra sans filtre, avec filtre rouge et avec filtre vert.

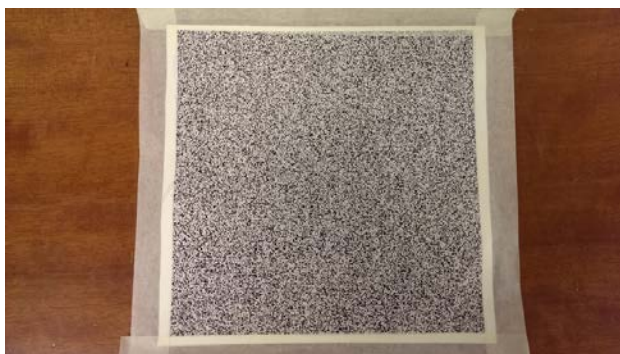
2.3 L'hydrographie

L'impression par transfert d'eau ou l'impression hydrographique (en anglais : *water transfer printing* ou *hydrographics*) est une technique qui est actuellement utilisée pour décorer des pièces de véhicule comme par exemple les tableaux de bords ou les jantes.

L'avantage de cette technique est qu'un motif prédéfini peut être appliqué à un objet de forme complexe, on pense donc à un (multi-)mouchetis que l'on pourrait appliquer sur une structure à mesurer par CIN. L'alternative d'une impression directe sur l'objet est plus limitée car elle nécessite soit un objet plan ou fin, soit l'utilisation d'une imprimante spécifique coûteuse comme par exemple une imprimante à plat. Dans ce cas, l'objet lui même peut ne pas être forcément plat et de faible épaisseur, mais néanmoins l'imprimante ne peut imprimer uniquement que sur une partie quasi plane de l'objet.

Les figures 5.16 et 5.17 présentent le processus de l'hydrographie que nous avons mis en œuvre : un motif est imprimé sur un film spécifique (5.16a). Ensuite, un premier solvant est appliqué sur le film pour

protéger l'encre. Les bords sont couverts d'un ruban adhésif pour limiter l'extension du film lorsqu'il est posé sur l'eau (5.16b). Après avoir retiré le support (5.16c) et une fois posé sur l'eau (5.16d), le film est traité avec un deuxième solvant qui fait en sorte que le film se dilue dans l'eau (5.17a). L'encre du motif ne se dilue pas et reste en place grâce à l'effet de la tension superficielle de l'eau. L'objet auquel on souhaite appliquer le motif est ensuite trempé dans l'eau parmi l'encre (5.17b). L'encre colle immédiatement à la surface de l'objet et le motif imprimé est donc transmis à l'objet (5.17c).



(a) Impression sur film hydrographique. Ensuite, le solvant A est appliqué à l'impression pour maintenir l'encre pendant le processus.



(b) Le ruban adhésif maintient la forme du film pendant le processus.



(c) Le support est retiré.



(d) Le film est posé sur l'eau.

FIGURE 5.16 – Processus de l'hydrographie sur un composite Kevlar. Partie 1/2.

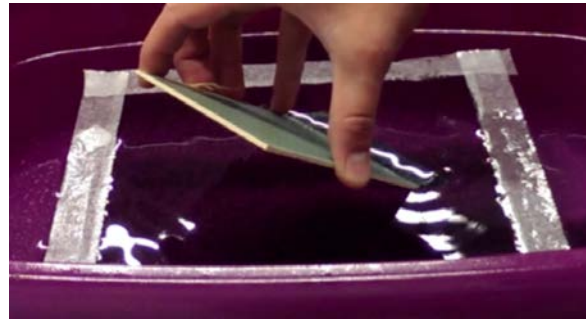
La question qui se pose par la suite est : est-il possible d'appliquer un, deux ou plusieurs mouchetis à une même surface ? L'applicabilité de cette technique est étudiée par la suite.

Les outils A ce jour, des kits d'hydrographie existent. Généralement ils contiennent le film hydrographique avec le motif imprimé et le solvant B qui permet de diluer le film sur l'eau. Souvent un kit comprend également un verni pour protéger l'objet après le processus (par exemple des rayures). L'hydrographie à partir d'un film blanc qui rend possible l'impression d'un motif quelconque, comme on pourrait l'utiliser dans ces travaux de thèse avec un motif mouchetis, est à ce jour très peu commercialisée. Dans ce cas, un solvant supplémentaire A est appliqué après impression pour protéger l'encre. Le film qui est à base d'Alcool Polyvinylique (PVA) est ensuite dilué dans l'eau par l'application du solvant B qui de plus active l'adhésion pour que l'encre colle immédiatement à l'objet au moment où il est trempé dans l'eau. Généralement les solvants sont pulvérisés avec des aérographes adaptés ou des vaporisateurs manuels.

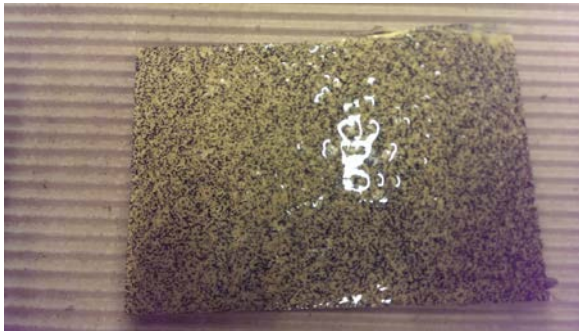
Dans cette étude, l'idée est de tester les deux principes de distinction (par l'éclairage et par le filtrage) avec l'hydrographie, en imprimant le film à transférer sur l'objet à mesurer par CIN avec de l'encre invisible fluorescente (IF). L'éclairage utilisé par la suite est un tube fluorescent au gaz à basse pression de 18W de la marque Eurolite. Pour l'impression, des cartouches à encre invisible fluorescente existent (voir figure 5.18),



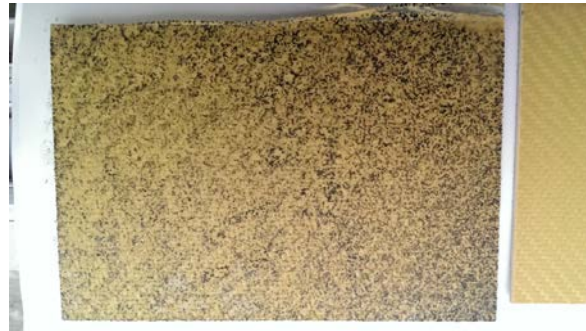
(a) Après l'application du solvant *B*, le film se dilue. L'impression reste en place sur la surface de l'eau.



(b) L'objet est trempé dans l'impression.



(c) Objet après trempage.



(d) Objet rincé et séché.

FIGURE 5.17 – Processus de l'hydrographie sur un composite Kevlar. Partie 2/2.

on est donc capable à priori de produire un motif quelconque qui serait visible uniquement sous lumière UV avec une imprimante conventionnelle.



(a) Eclairée en lumière blanche.



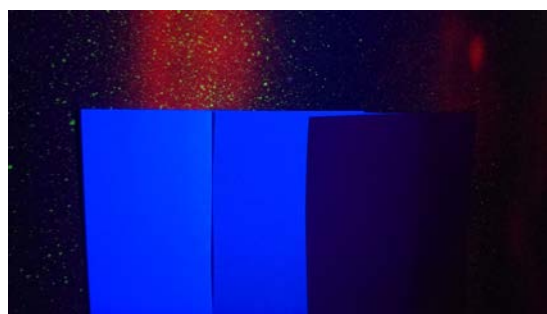
(b) Eclairée en lumière UV.

FIGURE 5.18 – Cartouches d'encre invisible fluorescente (IF). Source : www.uvstuff.com

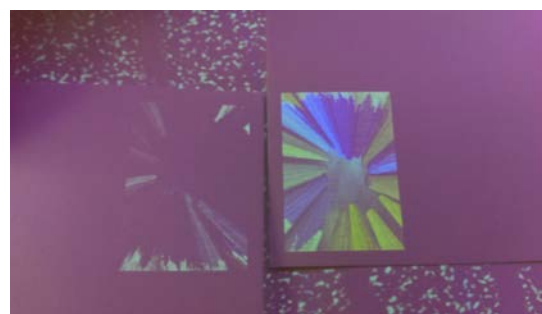
Contrairement à l'encre conventionnelle, la couleur noire n'existe pas. Le noir sera donc la couleur du support. La cartouche d'encre noire est remplacée par du blanc IF. Pour obtenir une impression cohérente (figure 5.22c) avec celle de l'image numérique (figure 5.22a), les couleurs de l'image doivent être converties avant impression (figure 5.22b). Afin de tester l'impression du motif que nous avons défini et avant d'utiliser un film hydrographique, ce motif est d'abord imprimé sur papier avec l'encre IF en utilisant du papier sans décolorant.

Une illustration de l'impression d'un motif sur papier avec l'encre IF, et du fait qu'il est nécessaire de secouer les cartouche d'imprimante avant impression est présentée figure 5.19.

Pour le modèle de mouchetis, des images multi-échelles (voir figure 5.20), créées par le logiciel TexGen



(a) Papier pour imprimante sous éclairage UV. Conventionnel (gauche), écologique (centre) et non-fluorescent (droite).



(b) Impression du même motif avec cartouches reposé (gauche) et secoué (droite).

FIGURE 5.19 – Illustration de l'utilisation d'un support non-fluorescent (à gauche) et du fait de secouer les cartouches avant impression (à droite).

[Orteu et al., 2006], peuvent servir pour la création des multi-mouchetis (voir la figure 5.26).

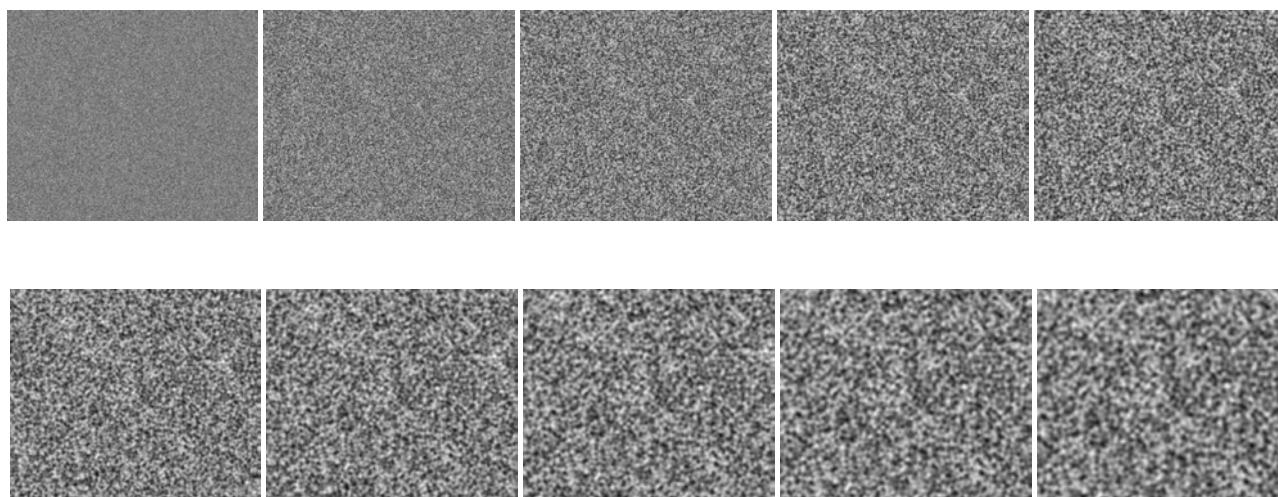


FIGURE 5.20 – Images de définition 2452×2052 pixels générées avec le logiciel TexGen [Orteu et al., 2006] à différentes échelles : de l'échelle 1 (en haut à gauche) à l'échelle 10 (en bas à droite).

Impression sur un film hydrographique Tout d'abord nous avons testé le découplage des textures par l'éclairage (source). Le découplage des textures par filtrage (récepteur) sera testé dans un second temps.

Un motif en couleur est donc imprimé sur une feuille blanche de film hydrographique, d'abord avec de l'encre conventionnelle, puis ensuite avec l'encre invisible fluorescente. La figure 5.21 montre que l'encre IF n'est pas visible sous éclairage blanc et que l'encre conventionnelle n'est pas visible sous éclairage UV. On remarque que le film avec son support n'est pas fluorescent, contrairement à la plupart des papiers pour imprimante. Cela a l'avantage que l'on peut observer l'impression IF sans effet secondaire induit par le support. On peut observer que les couleurs IF sont légèrement pâles et moins authentiques, et que la fréquence spatiale semble inférieure par rapport à l'impression à l'encre conventionnelle. On peut également observer qu'une distinction par l'éclairage est possible.

Au final, le mouchetis sera observé avec une caméra monochrome. Il est donc nécessaire de savoir quelles couleurs IF sont les plus lumineuses observées par une caméra monochrome. Pour cela on utilise une impression d'un spectre des couleurs visibles. La figure 5.22 montre les couleurs du spectre visible im-

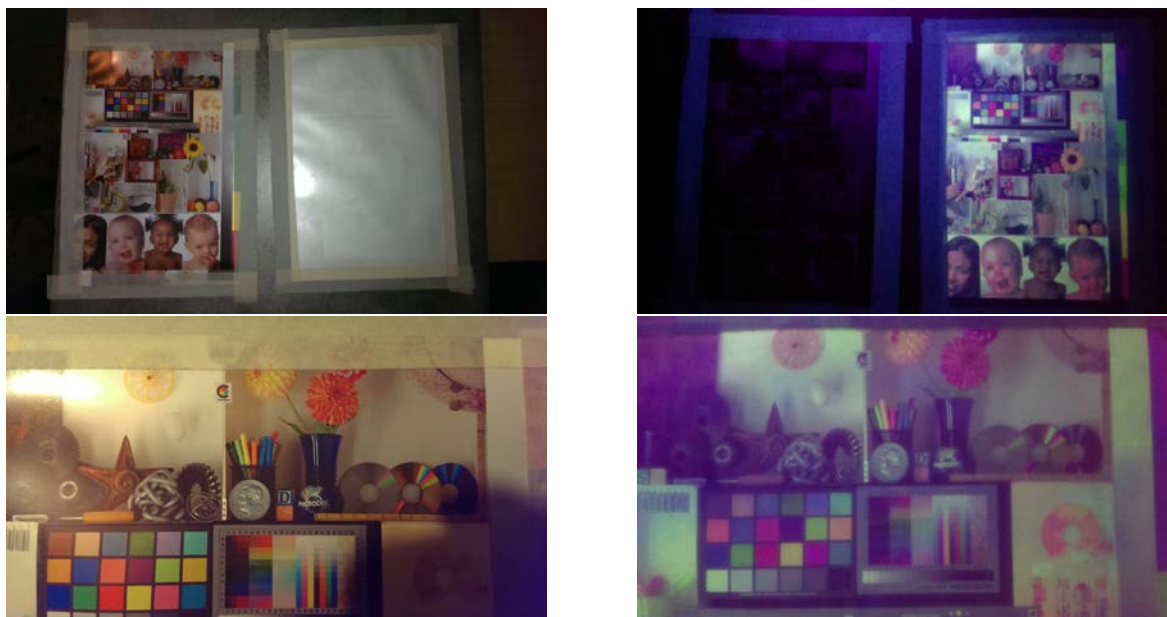


FIGURE 5.21 – Preuve de concept à l’encre IF que nous avons développé : *Distinction par l’éclairage*. Impression sur un papier hydrographique sous éclairage blanc avec de l’encre conventionnelle (à gauche) et sous éclairage UV avec de l’encre IF (à droite). Vue de deux feuilles A4 (en haut) et vue en champ proche (zoom, en bas). La qualité de l’impression semble diminuer avec l’encre IF.

primées avec de l’encre IF et observé avec une caméra monochrome. Le jaune et le vert ressortent comme les couleurs les plus lumineuses, suivi par le bleu et le blanc. Il serait donc favorable d’utiliser une de ces couleurs pour l’impression d’un mouchetis.

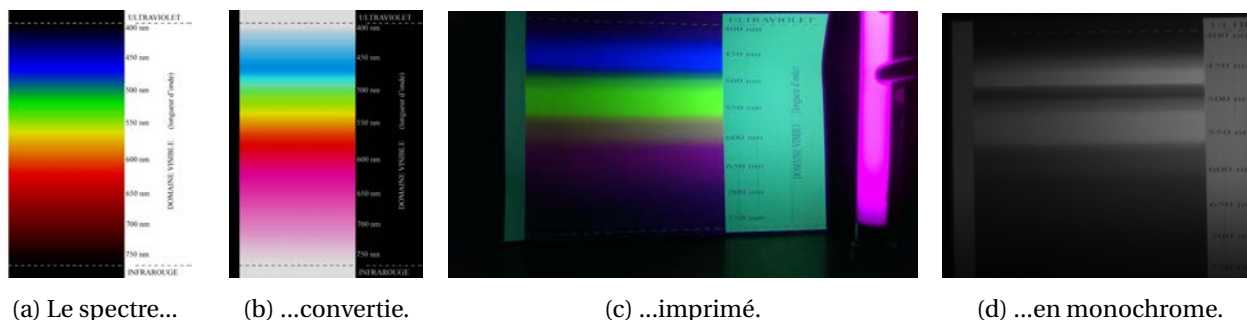


FIGURE 5.22 – (a) Couleurs du spectre visible. Source de l’image du spectre : www.medi-lum.ch). L’impression avec cartouches IF nécessite une conversion (b) avant d’être imprimé (c). L’image (d) provient d’une caméra monochrome. Le bleu, le jaune, le vert et le blanc sont particulièrement lumineux.

On s’intéresse maintenant au principe de distinction par filtrage à l’encre IF. Pour cela, une photo du mouchetis de la figure 5.15 est prise, puis imprimée à l’encre IF. La figure 5.23 illustre l’influence des filtres. Sur les images de la figure 5.23 on voit 3 motifs différents. Le motif de gauche est celui de la figure 5.15. Le motif du milieu est une photo du motif de gauche qui a été imprimée avec les cartouches de couleurs IF. Le motif de droite représente une variété de couleurs. Les images 5.23c et 5.23d montrent l’effet des filtres sur les couleurs. Les images 5.23e à 5.23g montrent des agrandissements de l’image du centre, sur lesquelles on observe bien l’apparition et la disparition des taches en fonction du filtre utilisé. Une distinction des mouchetis par filtrage sera donc également possible.

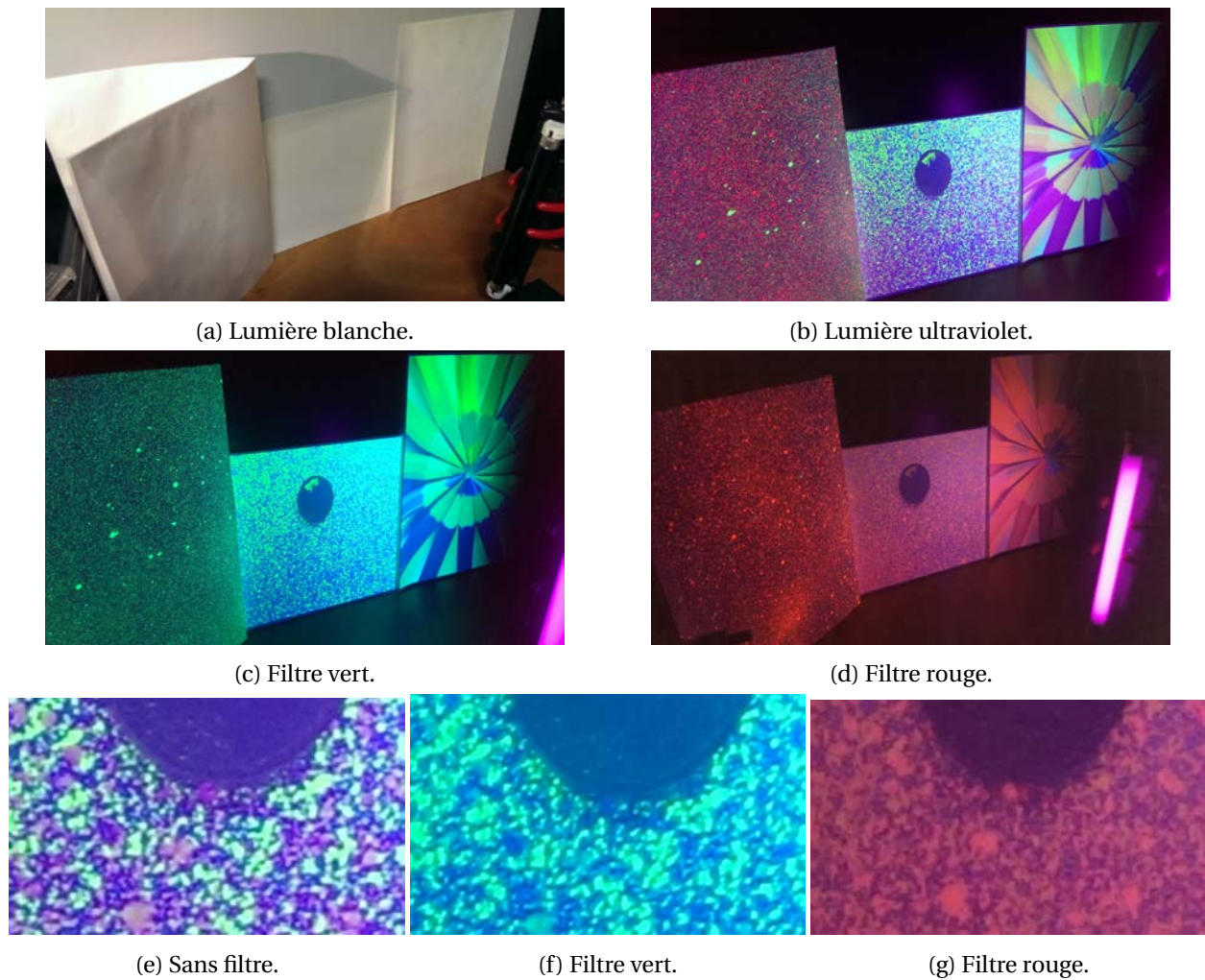


FIGURE 5.23 – Preuve de concept à l'encre IF que nous avons développé : *Distinction par filtrage*.

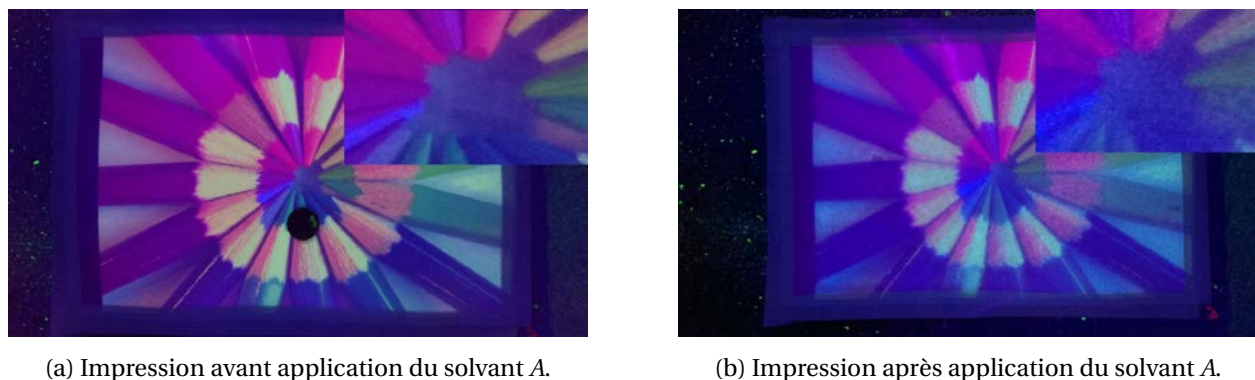


FIGURE 5.24 – Après application du solvant A avec un vaporisateur manuel, l'encre IF s'étale ce qui diminue la fréquence spatiale. Les images dans les coins en haut à droite sont des agrandissements du centre de l'image.

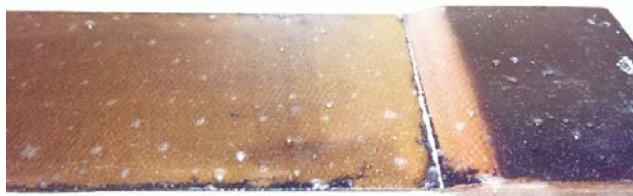
Application du solvant A Le solvant A a comme fonction de protéger l'encre pendant le processus de l'hydrographie. Il est appliqué une fois que l'encre est entièrement séchée. Le solvant A est pulvérisé avec un vaporisateur manuel comme illustré auparavant figure 5.5. La figure 5.24 montre une dégradation de la fréquence spatiale si le solvant A est appliqué à l'encre IF. L'encre conventionnelle semble moins (ou pas du



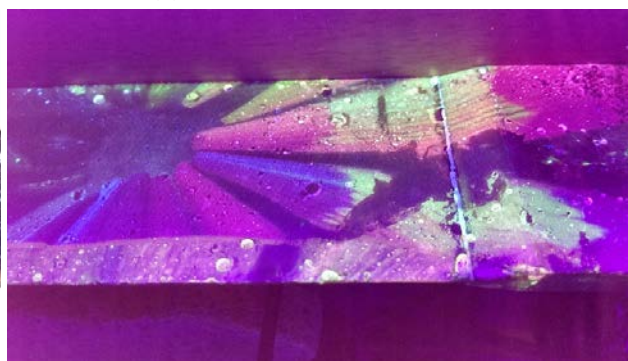
(a) Balon sous lumière blanche.



(b) Balon sous lumière UV.



(c) Epreuve composite sous lumière blanche.



(d) Epreuve composite sous lumière UV.

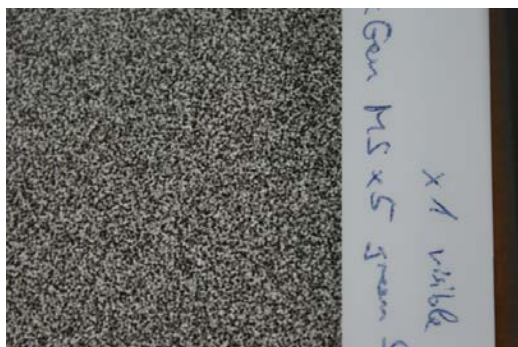
FIGURE 5.25 – Résultats de l'hydrographie en couleurs invisible ultraviolet. En haut, sur un ballon en caoutchouc. En bas, sur une éprouvette en composite verre/époxy.

tout) sensible à cet effet (voir la figure 5.26c).

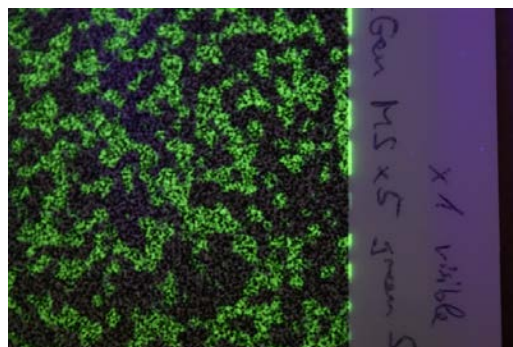
Dépôt sur l'eau et application du solvant B Avant de déposer le film sur l'eau, celui-ci doit être entièrement séché du solvant A. Pour que l'impression ne s'étale pas au moment où le solvant B est appliqué, les bords sont renforcés avec un ruban adhésif. Si celui-ci n'est pas collé proprement, il est possible que tout le motif se déforme après application du solvant B. Après avoir retiré le support, le film hydrographique doit être placé sur la surface de l'eau très soigneusement pour que le ruban adhésif ne se colle pas et pour éviter de provoquer des bulles d'air entre le film et la surface d'eau. Dans le cas contraire, le motif risque de se déformer après application du solvant B. D'après [Stardustcolors](#), une entreprise qui propose des kits hydrographiques, il est conseillé de laisser reposer le film 1 à 2 minutes avant la pulvérisation et 5 secondes après.

Trempe de l'objet et rinçage L'objet est trempé en étant incliné pour éviter d'enfermer des bulles d'air. L'impression hydrographique sur une surface lisse n'est pas satisfaisante car l'encre n'est pas capable de coller à la surface. Des surfaces comme celles des matériaux composites verre/époxy ou le caoutchouc ne posent pas ce problème. Le rinçage est conseillé, par contre il a été observé que le rinçage peut effacer / délayer l'encre IF avec pour conséquence la disparition du motif.

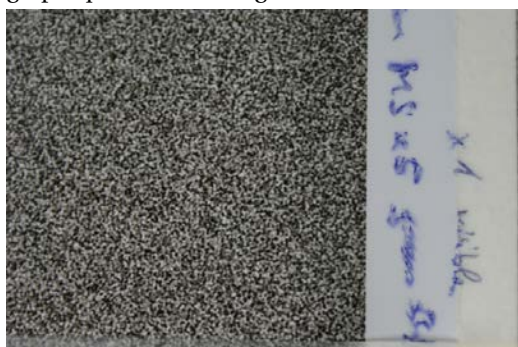
Résultats L'hydrographie à l'encre IF a été appliquée sur du caoutchouc (ballon gonflable, voir la figure 5.25b) et sur des éprouvettes en composites. On peut observer quelques défauts locaux dans le motif, par



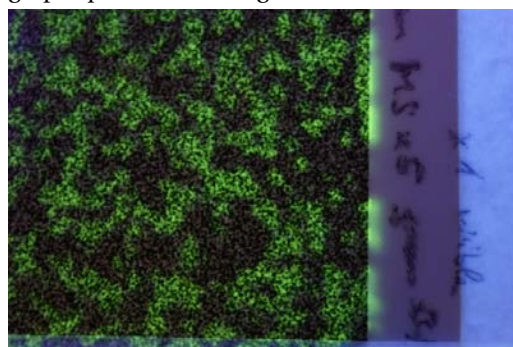
(a) (Multi-)mouchetis imprimé sur film hydrographique sous éclairage blanc.



(b) (Multi-)mouchetis imprimé sur film hydrographique sous éclairage UV.



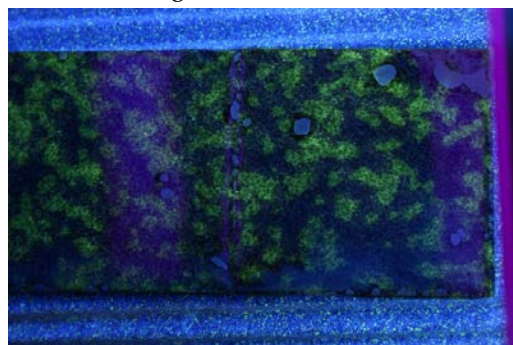
(c) Après application du solvant A : l'encre conventionnelle est insensible au solvant A.



(d) Après application du solvant A : l'encre IF s'est délavée légèrement.



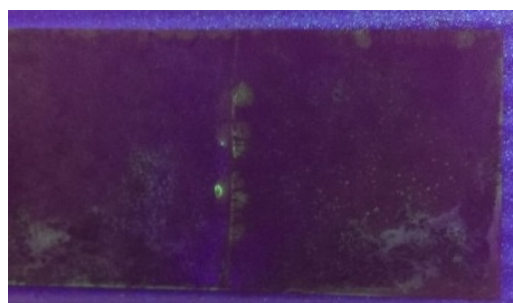
(e) Après trempage : le motif est bien visible. Le film présente des trous à certains endroits.



(f) Le motif de l'encre IF est également bien visible.



(g) Après 2 jours de séchage : le motif n'est plus visible. Ni sous éclairage blanc, ...



(h) ...ni sous éclairage UV.

FIGURE 5.26 – Procédé d'hydrographie d'un multi-mouchetis sur une éprouvette composite verre/époxy.

exemple des trous (5.25b), ou des bulles d'air (5.25d).

Les résultats après trempage et avant séchage sont généralement satisfaisants, sauf si le motif a été dé-

formé ou délavé, ou si l'objet présente une surface non-adaptée (très lisse). Cependant, on obtient parfois un mauvais résultat final (séché) pour l'hydrographie à l'encre IF. Les causes ne sont pas toujours connues et cela peut être influencé par de nombreux facteurs. On peut citer par exemple :

- dosage de solvant : une quantité trop importante, par exemple, de solvant A en peu de temps délave le motif. Une quantité trop élevée de solvant B risque d'être la cause d'un mauvais résultat final surtout si l'étape du lavage est omise (le solvant continue à "manger" l'encre). L'effet du solvant n'est pas obtenu si par contre une trop faible quantité est utilisée.
- temps : l'hydrographie est constituée de plusieurs étapes. Le bon timing est important afin que chaque étape soit finalisée correctement. Par exemple : le temps de séchage de l'encre ou du solvant A, entre le dépôt du film sur l'eau et l'application du solvant B, avant et pendant le trempage de l'objet ou avant le rinçage de l'objet.
- température : une température entre 12°C et 19°C pendant le processus de l'hydrographie est conseillée.
- humidité : une ambiance humide peut, à long terme, dégrader le film hydrographique.
- préparation de l'objet : ici, les objets n'ont pas été pré-traités. Il est probable qu'un pré-traitement adapté améliorerait le résultat, par exemple pour des objets ayant une surface lisse.

La figure 5.26 montre un premier résultat d'un essai d'application d'un multi-mouchetis (ici un mouchetis à deux échelles) sur une éprouvette composite verre/époxy avec la technique de l'hydrographie. Un film hydrographique est donc imprimé à l'encre IF et à l'encre conventionnelle. Le motif à l'encre conventionnelle est obtenue avec le logiciel TexGen [Orteu et al., 2006]. Le motif à l'encre IF est exactement le même mais à une échelle différente de ratio 1 : 5 puis converti en couleur verte avec le logiciel Gimp (Source : www.gimp.org). Le choix de la couleur est guidé par le résultat de la figure 5.22. Les figures 5.26a et 5.26b montrent le film avec le multi-mouchetis.

Il est clair que nous présentons ici des résultats provisoires et que la méthode nécessite d'être améliorée, mais il semble que cette technique peut être d'un grand intérêt pour la réalisation de mouchetis multi-échelles sur des éprouvettes.

3 Conclusion

La question principale soulevée dans ce chapitre est comment obtenir un mouchetis adapté (optimisé) pour la corrélation d'images et présentant plusieurs échelles (résolutions spatiales). Une des problématiques était comment faire apparaître un mouchetis à une échelle donnée sans dégrader celui qui est à une échelle différente. Le moyen proposé ici est d'utiliser plusieurs plages spectrales de la lumière. Il a été montré dans ce chapitre qu'il est tout à fait possible, en utilisant des peintures conventionnelles et des peintures invisibles fluorescentes, de construire et d'observer indépendamment deux motifs de type texture adaptée à la corrélation d'images sur une même surface plane. Il est donc possible de mesurer par CIN à deux échelles différentes avec un mouchetis adaptée à chaque échelle. Evidemment, la diminution de la luminosité, qui est un effet secondaire des filtres couleurs, diminue aussi le contraste et augmente par conséquent les incertitudes de mesure. Il est donc nécessaire de se servir d'un éclairage UV fortement lumineux. Nous avons aussi montré que l'écriture et la lecture de plus de deux mouchetis était possible : l'important, pour une séparation correcte des couleurs, est que les plages de longueur d'ondes des filtres ne se chevauchent pas. Le spectre visible étant limité à une gamme de longueur d'onde comprise entre 380nm et 780nm, le nombre de motifs séparables est donc limité, en théorie, par rapport à la plage de longueur d'onde des filtres. Cependant, la maîtrise de l'application d'un mouchetis avec des taches d'une taille donnée reste difficile. Pour les pièces fines ou planes, l'impression à l'aide d'une imprimante semble à privilégier. Pour des structures complexes typiquement tridimensionnelles, la technique de l'hydrographie pourrait être une solution particulièrement intéressante.

Conclusion générale

Problématique Ce travail de thèse porte sur le développement d'une méthode d'identification à partir de mesures de champs cinématiques multi-échelles afin de réduire les incertitudes associées aux valeurs identifiées des paramètres matériaux. L'identification de paramètres élastiques à partir d'une mesure cinématique de champ à la surface d'un matériau composite rigide (c'est-à-dire dont la limite élastique est atteinte sous faibles déformations) n'est pas trivial. La problématique rencontrée est que le signal (dans ce cas la cinématique) aux endroits pertinents risque de se noyer dans le bruit de mesure ce qui conduit par la suite à des incertitudes sur les paramètres identifiés. Pour augmenter ce rapport *signal/bruit* une solution consiste à augmenter la résolution spatiale et à augmenter par conséquent l'information de la région qu'on cherche à mesurer. L'utilisateur peut par exemple utiliser une camera à «résolution» supérieure (haute définition) ou, en théorie, approcher la caméra de l'objet étudié. Cela diminue par contre le champ de vision. L'identification de certains paramètres constitutifs uniquement à partir d'une mesure de champ proche n'est pas envisageable car la distribution des efforts autour du champ proche, qui cause le mouvement observé, n'est *à priori* pas connue. En pratique, l'utilisateur est donc limité car cela requiert une mesure à l'échelle de la structure.

Les méthodes choisies Parmi différentes méthodes de mesure de champ cinématique la corrélation d'images numérique (CIN) semble la plus en vogue, grâce notamment à sa simplicité d'utilisation et son caractère générique. Son inconvénient majeur est lié à la maîtrise des incertitudes de mesures. Dans ce travail, une approche multi-échelles de la CIN permet de s'affranchir en partie de cette difficulté. Pour exploiter de telles mesures multi-échelles, une méthode d'identification basées sur le recalage de modèle éléments finis (FEMU) est adaptée. Cette dernière peut-être alimentée avec différents types de données, même quand elles ne sont disponibles que sur une partie du solide étudié.

Caractéristiques de la méthode proposée Dans cette thèse la version éléments finis de la CIN (CIN-EF) est retenue. Cela réduit les incertitudes de mesure et évite des erreurs de projection lors du dialogue essais-calculs. De plus la matrice de corrélation est utilisée comme matrice de pondération pour l'approche FEMU-R. Ceci conduit, de plus, à une diminution des incertitudes. Pour éviter d'éventuelles amplifications d'erreurs par dérivation numérique, la fonction coût compare des déplacements. Les déplacements mesurés aux bords non-libres servent de conditions aux limites de type Dirichlet. L'aspect multi-échelles rajoute une mesure à champ proche. Une fonction coût hybride est construite. Elle compare les déplacements simulés avec ceux mesurés en champ proche et la réaction simulée avec la donnée expérimentale de la cellule d'effort. Le choix de la région proche observée découle d'une analyse de sensibilité.

Recalage Un point clef de l'approche de mesure multi-échelles est de pouvoir mesurer précisément la transformation entre les champs proches et lointains pour positionner le maillage aux images de chaque échelle. Pour obtenir la transformation recherchée, deux procédures de recalage d'images basées sur la CIN-EF sont présentées : une première approche simple, de fonction analytique à quatre modes et une deuxième, plus générale, basée sur l'homographie. Après initialisation, soit manuelle, soit par l'algorithme SIFT, les deux approches de recalage montrent de bons résultats. L'écart-type de la carte des résidus est égal à 2,24% de la dynamique de l'image pour l'approche basée sur une cinématique à quatre modes et de 1,14% pour celle basée sur l'homographie qui est plus physique.

Analyse de performance Afin de pouvoir quantifier l'efficacité de l'approche multi-échelles, plusieurs analyses ont été faites. *Analyse d'images synthétiques* : Pour évaluer la différence entre un champ de dé-

placement imposé et mesuré, des images synthétiques à deux échelles ont été créées par le logiciel TexGen avec un champ de déplacement analytique et mécanique. Les mesures à différentes échelles sont analysées au regards des erreurs (ultime, de modèle et totale) tant au niveau de l'erreur systématique que de l'erreur aléatoire (écart-type). Cette analyse montre que les erreurs diminuent de manière importante lorsque l'on exploite des images en champ proche. *Analyse d'images réelles* : A partir d'un essai de traction sur plaque trouée, deux images sont prises à deux échelles différentes. Vu qu'un seul maillage est utilisé, celui adapté à la simulation, seul l'erreur ultime est analysée en fonction d'un déplacement subpixel imposé. Les erreurs aléatoires et systématiques sont en bon accord avec la littérature et on observe un gain d'incertitudes de mesure supérieur d'un ordre de grandeur pour un ratio d'échelles de seulement 5. *Analyse d'incertitudes aux paramètres* : Pour comparer l'impact des incertitudes de mesure sur les incertitudes des paramètres identifiés avec l'approche proposée (en mono- et en multi-échelles), des images synthétiques sont créées à partir des images de référence prise au début de l'essai. Ces images sont déformées avec une cinématique obtenues par le modèle EF et des paramètres connus pris pour référence. L'évaluation de l'erreur relative entre les paramètres identifiés et de référence montre un gain de presque un ordre de grandeur pour ce ratio d'échelles de 5 avec une approche de FEMU classique. L'erreur relative diminue encore de moitié avec l'approche FEMU-R. En appliquant différents niveaux de bruit aux images, on observe que la sensibilité d'identification par rapport au bruit se réduit de presque un ordre de grandeur en multi-échelles. L'approche multi-échelles proposée se montre non seulement plus précise, mais également plus robuste vis-à-vis du bruit, qu'une méthode FEMU standard en champ lointain.

Application à un essai L'approche multi-échelles est ensuite appliquée à un essai de traction sur plaque trouée. Deux caméras identiques sont alignées sur l'axe perpendiculaire au plan de l'éprouvette composite époxy/fibre verre. Pour ne pas cacher le champ de vue de la caméra éloignée, la caméra proche est déplacée à l'aide d'une platine de translation manuelle. Pour les premiers pas de chargements, on rencontre un faible ratio *signal/bruit*. Dans cette phase, l'identification des quatre paramètres élastiques avec l'approche multi-échelles fournit des résultats plus réalistes. Les résultats montrent, en particulier, une dégradation progressive du module de cisaillement G_{lt} pendant l'essai, ce qui est attribué à l'apparition d'endommagements. Le modèle choisi, orthotrope élastique linéaire, n'est pas capable de modéliser ce phénomène.

Le mouchetis multi-échelles A part la résolution spatiale, un autre aspect qui peut fortement influencer la qualité de la mesure est la texture à la surface du solide observé. La littérature montre qu'un mouchetis optimal pour la CIN dépend de la résolution de l'image. Le diamètre d'une tache doit-être aux alentours de $4px$ [Sutton et al., 2009; Bornert et al., 2009]. Une mesure à différentes résolutions nécessite par conséquent différents mouchetis. En particulier si l'on veut pousser plus loin le rapport d'échelles.

Pour être capable de superposer un moucheti à un autre et de pouvoir les observer séparément, plusieurs idées sont présentées et testées. Il est démontré que les couleurs invisibles UV permettent une telle démarche. La distinction de mouchetis peut se faire soit par le type d'éclairage utilisé (lumière UV ou lumière blanche), soit par l'utilisation de filtres. Les deux principes ont été testés avec succès.

Pour déposer un mouchetis, plusieurs techniques existent. Plusieurs techniques ont été envisagées, en particulier avec les couleurs UV. Finalement une procédure originale de dépôt basée sur l'hydrographie est présentée. Cette technique ressort comme une technique intéressante car le mouchetis peut être prédéfini et appliqué à des objets non-plans non nécessairement développables. Elle montre de bons résultats pour les couleurs visibles. Le dépôt d'une texture en couleurs invisibles UV se révèle pour l'instant plus délicate.

Perspectives

Au niveau de l'instrumentation Pendant l'essai sur plaque trouée, pour déplacer la caméra de champ proche en dehors du champ de vision de la caméra lointaine, un banc de translation manuel a été utilisé pendant l'essai de traction sur plaque trouée. Un tel banc est lent à manœuvrer et peu commode. Cela pourrait être amélioré par l'utilisation d'un banc électromécanique si le déplacement de la zone souhaitée reste unidirectionnel. Un déplacement de la caméra dans le plan (voir dans l'espace), si l'essai le nécessite, peut-être obtenu par deux (trois) bancs orthogonaux ou, pour un coût plus élevé, par un bras robotisé. Une seconde option aurait consisté à motoriser le zoom. L'Institut Clément Ader d'Albi (ICA-A) a récemment fait l'acquisition d'un objectif télécentrique multi-échelles (voir la figure 5.27). La mise au point d'une échelle ajuste en même temps les mises au point des autres échelles. Cet objectif permet un ratio d'échelles de maximal 1 : 8. Avec un objectif télécentrique, la mesure de champs serait également moins sensible aux déplacements hors plan ainsi qu'aux erreurs dues aux aberrations géométriques des objectifs classiques (distorsion de l'image). Une autre possibilité serait de garder la vision lointaine (comme pour notre essai de traction sur plaque trouée, mais on pourrait aussi imaginer une vision stéréo) et de remplacer la vision proche par cet objectif multi-échelles. Pour des grands ratios d'échelles, la vision «x 1» de cet objectif (figure 5.27a) pourrait par exemple servir comme échelle intermédiaire pour un recalage à deux étapes entre la vision lointaine et, par exemple, la vision «x 0,125» (figure 5.27d). Une dernière approche consisterait à

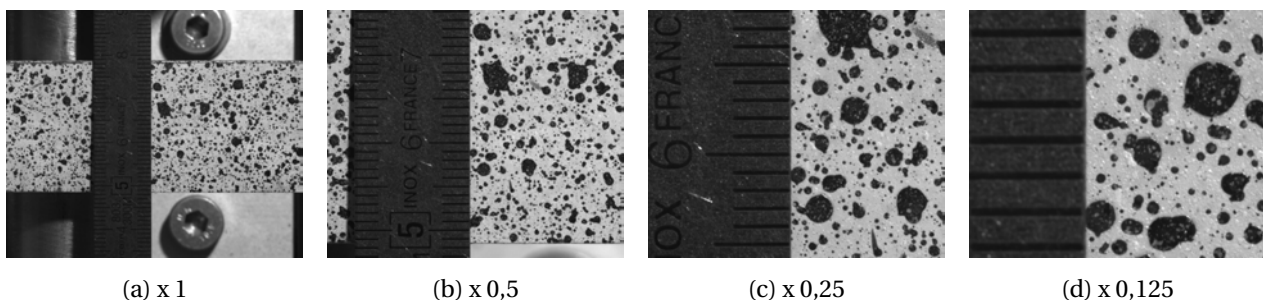


FIGURE 5.27 – Quatre images obtenues avec l'objectif multi-échelles : Opto Engineering - TC ZR (Telecentric Zoom Revolver).

utiliser plusieurs bancs stéréoscopiques. A ce jour, l'approche multi-échelles a été développée uniquement en mono-vision sur chaque échelle. C'est-à-dire, que l'approche est limitée aux mesures dans le plan. Un développement de cette approche à la stéréo-corrélation rendra possible des mesures hors-plan sur des géométries plus complexes. Une thèse qui porte suite à ces travaux, et en particulier au développement de la stéréo-corrélation multi-échelles, est actuellement en cours à l'Institut Clément Ader (ICA) depuis octobre 2013. Le recalage d'images développé au chapitre 2 s'applique aux éprouvettes planes. Pour pouvoir recalier des images à partir d'éprouvettes non planes un algorithme adapté devra être développé. La problématique du déplacement de l'observation locale reste ouverte et d'actualité, puisque ce problème se posera toujours dans le cas de rapports d'échelles plus importants. Un essai sur une structure en matériau composite présente typiquement des petites déformations et peut en même temps être soumis à des grandes flèches/déplacements. Il est donc possible qu'une zone de champ de déplacement qui est particulièrement sensible à divers paramètres (e.g., les bords d'un perçage ou la pointe d'une fissure) se déplace en dehors du champ de vision de la caméra du champ proche. Il serait intéressant de piloter le déplacement d'une caméra (montée sur un montage adapté) pour suivre la zone d'intérêt pendant l'essai.

Sur la question des modèles Une identification multi-échelles montrera son vrai intérêt pour l'identification de multi-modèles multi-échelles, c'est à dire, par exemple un modèle global linéaire et un modèle

local pouvant être non-linéaire (comme par exemple l'endommagement, la plasticité...) Duval et al. [2014]. Rien n'empêche, à priori, d'étendre ce genre d'approche à plus de deux échelles pour valider et/ou identifier des modélisations imbriquées (dit modèles gigognes), tels que ceux que l'on rencontre dans l'industrie. On pourrait ainsi identifier un grand nombre de paramètres à partir d'un seul essai multi-instrumenté.

Du point de vue algorithmique La fonction coût proposée ne s'appuie que sur les grandeurs cinématiques locales. Une alternative consisterait à construire des fonctions coût à partir de mesures (éventuellement d'autre nature : jauges électriques en surface, fibres optiques à réseaux de Bragg à cœur, etc.) multi-échelles. Une autre idée serait de remplacer localement la cinématique mesurée à une échelle par la cinématique obtenue à une échelle inférieure (ce qu'on pourrait répéter avec l'échelle encore en dessous, etc.). On pourrait donc observer une zone sensible à certains paramètres avec une vision améliorée localement, et pourquoi pas, aux endroits où les gradients de déplacement augmentent. Une autre idée serait aussi de pondérer ces différentes cinématiques, par exemple avec des poids qui ont le même rapport que les ratios des échelles ou qui ont le même rapport que les ratios des incertitudes de mesures. L'approche multi-échelles proposée dans cette thèse a été développée avec la méthode d'identification FEMU classique et FEMU-R. L'extension de cette approche au cadre des méthodes d'identifications intégrées (MIC, IMIC) serait également intéressante.

Sur la conception des essais L'analyse des cartes de sensibilités de notre essai de traction sur plaque trouée a montré que l'essai n'est pas sensible à chaque paramètre de la même manière. Il serait intéressant de développer, à l'aide des cartes de sensibilité, un essai mieux adapté, c'est-à-dire un même niveau de sensibilité du champ de déplacement à chaque paramètre. Une boucle d'optimisation en jouant sur les paramètres géométriques de l'éprouvette pourrait donner des pistes vers des essais mieux adaptés. En théorie on peut également développer cette approche pour des mesures volumiques. Cela semble par contre, moins évident car l'équipement n'existe pas à ce jour. Une combinaison avec des mesures surfaciques et des mesures volumiques semble plus réalisable mais également difficile car il n'est pas évident de placer une ou plusieurs caméras à l'intérieur d'un tomographe. Le dernier chapitre de cette thèse propose plusieurs pistes pour obtenir des mouchetis multi-échelles. Pour pouvoir profiter entièrement des mesures à plusieurs échelles, le dépôt des mouchetis adaptés à ces échelles doit être maîtrisé. Une meilleure maîtrise technique de l'hydrographie, en particulier avec des couleurs invisibles UV, mérite à être développée.

Bibliographie

- Standard test method for in-plane shear response of polymer matrix composite materials by tensile test of a +/- 45 degree laminate*, D3518/D3518M, 1994. American Society for Testing and Materials, ASTM. (Cité en page 7.)
- Composite Materials Handbook Volume 1. Polymer matrix composites guidelines for characterization of structural materials*. Department of Defense, january 1997. (Cité en pages 7 et 8.)
- F. Amiot, F. Hild, and J.P. Roger. Identification of elastic property and loading fields from full-field displacement measurements. *International Journal of Solids and Structures*, 44(9) :2863 – 2887, 2007. ISSN 0020-7683. doi : <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2006.08.031>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020768306003362>. (Cité en page 46.)
- F. Amiot, M. Bornert, P. Doumalin, J. C. Dupré, M. Fazzini, J. J. Orteu, C. Poilâne, L. Robert, R. Rotinat, E. Tournassat, B. Wattrisse, and J. S. Wienin. Assessment of digital image correlation measurement accuracy in the ultimate error regime : Main results of a collaborative benchmark. *Strain*, 49(6) :483–496, 2013. ISSN 1475-1305. doi : 10.1111/str.12054. URL <http://dx.doi.org/10.1111/str.12054>. (Cité en pages 12, 31, 35, 36, 37, 66 et 98.)
- S. Avril, M. Bonnet, A.S. Bretelle, M. Grédiac, F. Hild, P. Ienny, F. Latourte, D. Lemosse, S. Pagano, and E. Pagnacco. Overview of identification methods of mechanical parameters based on full-field measurements. *Experimental Mechanics*, 48(4) :381–402, 2008a. (Cité en pages 8, 16, 46, 47, 48, 62 et 89.)
- S. Avril, P. Feissel, F. Pierron, and P. Villon. Estimation of the strain field from full-field displacement noisy data. *European Journal of Computational Mechanics/Revue Européenne de Mécanique Numérique*, 17(5-7) :857–868, 2008b. doi : 10.3166/remn.17.857-868. URL <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.3166/remn.17.857-868>. (Cité en pages 13 et 26.)
- I. Babuvska and W. Rheinboldt. Error estimates for adaptive finite element computations. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 15(4) :736–754, 1978. doi : 10.1137/0715049. URL <http://dx.doi.org/10.1137/0715049>. (Cité en pages 9 et 57.)
- B.K. Bay, T.S. Smith, D.P. Fyhrie, and M. Saad. Digital volume correlation : three-dimensional strain mapping using x-ray tomography. *Experimental Mechanics*, 39(3) :217–226, 1999. (Cité en pages 12, 21 et 26.)
- H. Bay, A. Ess, T. Tuytelaars, and L. Van Gool. SURF : Speeded up robust features. *Computer Vision and Image Understanding*, 110(3) :346–359, 2008. (Cité en page 73.)
- S. Belhabib, H. Haddadi, M. Gaspérini, and P. Vacher. Heterogeneous tensile test on elastoplastic metallic sheets : Comparison between fem simulations and full-field strain measurements. *International Journal of Mechanical Sciences*, 50(1) :14 – 21, 2008. ISSN 0020-7403. doi : <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2007.05.009>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020740307000860>. (Cité en page 61.)
- A. Ben Abda, H. Ben Ameer, and M. Jaoua. Identification of 2d cracks by elastic boundary measurements. *Inverse Problems*, 15(1) :67, 1999. URL <http://stacks.iop.org/0266-5611/15/i=1/a=011>. (Cité en page 46.)
- M. Ben Azzouna, J.-N. Périé, J.-M. Guimard, F. Hild, and S. Roux. On the identification and validation of an anisotropic damage model using full-field measurements. *International Journal of Damage Mechanics*, 20(8) :1130–1150, 2011. (Cité en pages 21 et 22.)

- M. Ben Azzouna, P. Feissel, and P. Villon. Identification of elastic properties from full-field measurements : a numerical study of the effect of filtering on the identification results. *Measurement Science and Technology*, 24(5) :055603, 2013. URL <http://stacks.iop.org/0957-0233/24/i=5/a=055603>. (Cité en pages 13 et 56.)
- A. Benoit, S. Gu  ard, B. Gillet, G. Guillot, F. Hild, D. Mitton, J.-N. P  ri  , and S. Roux. 3d analysis from micro-mri during in situ compression on cancellous bone. *Journal of Biomechanics*, 42(14) :2381–2386, 2009. (Cité en page 21.)
- T.A. Berfield, J.K. Patel, R.G. Shimmin, P.V. Braun, J. Lambros, and N.R. Sottos. Micro- and nanoscale deformation measurement of surface and internal planes via digital image correlation. *Experimental Mechanics*, 47(1) :51–62, 2007. ISSN 0014-4851. doi : 10.1007/s11340-006-0531-2. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s11340-006-0531-2>. (Cité en page 21.)
- G. Besnard, F. Hild, and S. Roux. "finite-element" displacement fields analysis from digital images : Application to portevin-le chatelier bands. *Experimental Mechanics*, 46 :789–803, 2006. ISSN 0014-4851. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s11340-006-9824-8>. 10.1007/s11340-006-9824-8. (Cité en pages 24, 26, 27, 28, 29, 31, 34, 36, 64, 87 et 88.)
- G. Besnard, H. Leclerc, S. Roux, and F. Hild. Analysis of image series through digital image correlation. *Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, 47(4) :214–228, 2012. (Cité en page 70.)
- M. Bizeul. *Contribution   tude de la propagation de coupure en fatigue dans les rev  tements composites tiss  s minces*. PhD thesis, ISAE DMSM, 2009. (Cité en pages 82, 83 et 90.)
- B. Blaysat, J.P.M. Hoefnagels, G. Lubineau, M. Alfano, and M.G.D. Geers. Interface debonding characterization by image correlation integrated with double cantilever beam kinematics. *International Journal of Solids and Structures*, (0), 2014. ISSN 0020-7683. doi : <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2014.06.012>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020768314002443>. (Cité en page 27.)
- M. Bornert, F. Br  mand, P. Doumalin, J.-C. Dupr  , M. Fazzini, M. Gr  diac, F. Hild, S. Mistou, J. Molimard, J.-J. Orteu, L. Robert, Y. Surrel, P. Vacher, and B. Wattrisse. Assessment of digital image correlation measurement errors : methodology and results. *Experimental Mechanics*, 49(3) :353–370, june 2009. (Cité en pages 9, 12, 22, 23, 24, 31, 41, 66, 67, 87, 98, 99 et 124.)
- L. Bruno, G. Felice, L. Pagnotta, A. Poggialini, and G. Stigliano. Elastic characterization of orthotropic plates of any shape via static testing. *International Journal of Solids and Structures*, 45 :908 – 920, 2008. ISSN 0020-7683. doi : <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2007.09.017>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020768307003721>. (Cité en page 16.)
- H. Chalal, S. Avril, F. Pierron, and F. Meraghni. Experimental identification of a nonlinear model for composites using the grid technique coupled to the virtual fields method. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 37(2) :315 – 325, 2006. ISSN 1359-835X. doi : <http://dx.doi.org/10.1016/j.compositesa.2005.04.020>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1359835X05002460>. CompTest 2004. (Cité en page 19.)
- P. Cheng, M. Sutton, H.W. Schreier, and S. R. McNeill. Full-field speckle pattern image correlation with b-spline deformation function. *Experimental mechanics*, 42(3) :344–352, 2002. (Cité en pages 26 et 27.)
- D. Claire, F. Hild, and S. Roux. Identification of damage fields using kinematic measurements. *Comptes Rendus M  canique*, 330(11) :729 – 734, 2002. ISSN 1631-0721. doi : [http://dx.doi.org/10.1016/S1631-0721\(02\)01524-3](http://dx.doi.org/10.1016/S1631-0721(02)01524-3). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1631072102015243>. (Cité en pages 21, 23 et 47.)

- D. Claire, F. Hild, and S. Roux. A finite element formulation to identify damage fields : the equilibrium gap method. *Int J. Numerical Methods Eng*, 61(2) :189–208, 2004. (Cité en page 46.)
- D. Claire, F. Hild, and S. Roux. Identification of a damage law by using full-field displacement measurements. *International Journal of Damage Mechanics*, 16(2) :179–197, 2007. doi : 10.1177/1056789506064940. URL <http://ijd.sagepub.com/content/16/2/179.abstract>. (Cité en page 21.)
- C. Cofaru, W. Philips, and W. Van Paepegem. A novel speckle pattern-adaptive digital image correlation approach with robust strain calculation. *Optics and Lasers in Engineering*, 50(2) :187–198, 2012. ISSN 0143-8166. URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.optlaseng.2011.09.006>. (Cité en page 26.)
- A. Constantinescu. On the identification of elastic moduli from displacement-force boundary measurements. *Inverse Problems in Engineering*, 1(4) :293–313, 1995. doi : 10.1080/174159795088027587. URL <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/174159795088027587>. (Cité en page 46.)
- VIC-2D Guide. Correlated Solutions, 2009. URL <http://www.correlatedsolutions.com/support/index.php?/Knowledgebase/Article/GetAttachment/14/2723>. (Cité en pages 25 et 26.)
- VIC-3D Manual v7. Correlated Solutions, 2014. URL <http://www.correlatedsolutions.com/support/index.php?/Knowledgebase/Article/GetAttachment/33/11>. (Cité en pages 25 et 48.)
- N. Cottin, H.-P. Felgenhauer, and H.G. Natke. On the parameter identification of elastomechanical systems using input and output residuals. *Ingenieur-Archiv*, 54(5) :378–387, 1984. ISSN 0020-1154. doi : 10.1007/BF00532820. URL <http://dx.doi.org/10.1007/BF00532820>. (Cité en page 46.)
- G. Crammond, S.W. Boyd, and J.M. Dulieu-Barton. Speckle pattern quality assessment for digital image correlation. *Optics and Lasers in Engineering*, 51(12) :1368 – 1378, 2013. ISSN 0143-8166. doi : <http://dx.doi.org/10.1016/j.optlaseng.2013.03.014>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0143816613001103>. (Cité en page 24.)
- L. Crouzeix. *Identification de champs de propriétés mécaniques de structures composites à partir de mesures de champs de déplacement*. PhD thesis, Université Toulouse III - Paul Sabatier, France, 2008. (Cité en pages 21 et 22.)
- L. Crouzeix, J.-N. Périé, F. Collombet, and B. Douchin. An orthotropic variant of the equilibrium gap method applied to the analysis of a biaxial test on a composite material. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 40(11) :1732 – 1740, 2009. (Cité en pages 21, 22, 46 et 47.)
- X. Dai, F. Yang, Z. Chen, X. Shao, and X. He. Strain field estimation based on digital image correlation and radial basis function. *Optics and Lasers in Engineering*, (0) :–, 2014. ISSN 0143-8166. doi : <http://dx.doi.org/10.1016/j.optlaseng.2014.05.007>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0143816614001304>. (Cité en page 26.)
- C. Devivier, F. Pierron, and M.R. Wisnom. Damage detection in composite materials using deflectometry, a full-field slope measurement technique. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 43(10) :1650 – 1666, 2012. ISSN 1359-835X. doi : <http://dx.doi.org/10.1016/j.compositesa.2011.11.009>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1359835X11003800>. CompTest 2011. (Cité en pages 19 et 20.)
- M. Duval, J.-C. Passieux, M. Salaün, and S. Guinard. Non-intrusive coupling : recent advances and scalable nonlinear domain decomposition. *Archives of Computational Methods in Engineering*, page Online first, november 2014. (Cité en page 126.)

- T. Elguedj, J. Réthoré, and A. Buteri. Isogeometric analysis for strain field measurements. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 200(1-4) :40–56, 2010. (Cité en page 27.)
- L. Farge, Z. Ayadi, and J. Varna. Optically measured full-field displacements on the edge of a cracked composite laminate. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 39 :1245 – 1252, 2008. ISSN 1359-835X. doi : <http://dx.doi.org/10.1016/j.compositesa.2007.11.010>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1359835X07002618>. (Cité en page 15.)
- R. Fedele, L. Galantucci, and A. Ciani. Global 2d digital image correlation for motion estimation in a finite element framework : a variational formulation and a regularized, pyramidal, multi-grid implementation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 96(12) :739–762, 2013. ISSN 1097-0207. doi : 10.1002/nme.4577. URL <http://dx.doi.org/10.1002/nme.4577>. (Cité en page 30.)
- E. Florentin and G. Lubineau. Identification of the parameters of an elastic material model using the constitutive equation gap method. *Computational Mechanics*, 46(4) :521–531, 2010. (Cité en page 47.)
- C. Franck, S. Hong, S.A. Maskarinec, D.A. Tirrell, and G. Ravichandran. Three-dimensional full-field measurements of large deformations in soft materials using confocal microscopy and digital volume correlation. *Experimental Mechanics*, 47(3) :427–438, 2007. ISSN 0014-4851. doi : 10.1007/s11340-007-9037-9. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s11340-007-9037-9>. (Cité en page 26.)
- J. Gago, D.W. Kelly, O.C. Zienkiewicz, and I. Babuška. A posteriori error analysis and adaptive processes in finite element method. part 2 : adaptive mesh refinement. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 19 :1621–1656, 1983. (Cité en page 70.)
- D. Garcia. *Mesure de formes et de champs de déplacements tridimensionnels par stéréo-corrélation d'images*. PhD thesis, Université Paul Sabatier, 2001. URL <http://books.google.com/books?id=EbZ-MwAACAAJ>. (Cité en pages 12 et 24.)
- D. Gay, editor. *Matériaux composites*. Number ISBN-13 : 978-1587160844. CRC Press, 1 edition edition, 2002. (Cité en page 7.)
- M. G. D. Geers. Computing strain fields from discrete displacement fields in 2d-solids. *Int. J. Solids Structures*, 33(29) :4293–4307, 1996. (Cité en pages 13, 26 et 56.)
- M. G. D. Geers, R. de Borst, and T. Peijs. Mixed numerical-experimental identification of non-local characteristics of random-fibre-reinforced composites. *Composites Science and Technology*, 59(10) :1569 – 1578, 1999. ISSN 0266-3538. doi : [http://dx.doi.org/10.1016/S0266-3538\(99\)00017-2](http://dx.doi.org/10.1016/S0266-3538(99)00017-2). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0266353899000172>. (Cité en pages 21 et 22.)
- A. Germaneau, F. Peyruseigt, S. Mistou, P. Doumalin, and J.-C. Dupré. 3d mechanical analysis of aeronautical plain bearings : Validation of a finite element model from measurement of displacement fields by digital volume correlation and optical scanning tomography. *Optics and Lasers in Engineering*, 48(6) :676 – 683, 2010. ISSN 0143-8166. doi : <http://dx.doi.org/10.1016/j.optlaseng.2010.01.010>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0143816610000205>. (Cité en page 12.)
- C. Geuzaine and J.-F. Remacle. Gmsh : a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 79(11) : 1309–1331, 2009. (Cité en page 68.)
- M. Gigliotti, F. Jacquemin, J. Molimard, and A. Vautrin. Transient and cyclical hygrothermoelastic stress in laminated composite plates : Modelling and experimental assessment. *Mechanics of Materials*, 39(8) : 729 – 745, 2007. ISSN 0167-6636. doi : <http://dx.doi.org/10.1016/j.mechmat.2006.12.006>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167663606001517>. (Cité en page 20.)

- M. Giton, C. A. S. Bretelle, and P. Ienny. Hyperelastic Behaviour Identification by a Forward Problem Resolution : Application to a Tear Test of a Silicone-Rubber. *Strain*, 42(4) :291–297, 2006. (Cité en page 46.)
- C. Gogu, W. Yin, R. Haftka, P. Ifju, J. Molimard, R. Le Riche, and A. Vautrin. Bayesian identification of elastic constants in multi-directional laminate from moiré interferometry displacement fields. *Experimental Mechanics*, 53(4) :635–648, 2013. ISSN 0014-4851. doi : 10.1007/s11340-012-9671-8. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s11340-012-9671-8>. (Cité en pages 21 et 50.)
- L. A. Gomes Perini, J.-C. Passieux, and J.-N. Périé. A multigrid pgd-based algorithm for volumetric displacement fields measurements. *Strain*, 2014. ISSN 1475-1305. doi : 10.1111/str.12099. URL <http://dx.doi.org/10.1111/str.12099>. (Cité en page 27.)
- R. Gras, H. Leclerc, S. Roux, S. Otin, J. Schneider, and J.-N. Périé. Identification of the out-of-plane shear modulus of a 3d woven composite. *Experimental Mechanics*, 53(5) :719–730, 2013. (Cité en page 21.)
- M. Grédiac. Principe des travaux virtuels et identification/principle of virtual work and identification. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 302 :1–5, 1989. (Cité en page 46.)
- M. Grédiac. Principe des travaux virtuels et identification. *Comptes rendus de l'Académie des sciences. Série 2, Mécanique, Physique, Chimie, Sciences de l'univers, Sciences de la Terre*, 309(1) :1–5, 1989. (Cité en page 13.)
- M. Grédiac. The use of full-field measurement methods in composite material characterization : interest and limitations. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 35(7-8) :751–761, 2004. ISSN 1359-835X. doi : 10.1016/j.compositesa.2004.01.019. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1359835X04000260>. (Cité en pages 8, 15 et 46.)
- M. Grédiac and F. Hild. *Mesure de champs et identification en mécanique des solides*. Hermes - Lavoisier, 2011. (Cité en pages 8, 12, 13 et 22.)
- M. Grediac and F. Sur. Effect of sensor noise on the resolution and spatial resolution of displacement and strain maps estimated with the grid method. *Strain*, 50(1) :1–27, 2014. ISSN 1475-1305. doi : 10.1111/str.12070. URL <http://dx.doi.org/10.1111/str.12070>. (Cité en page 19.)
- M. Grédiac, E. Toussaint, and F. Pierron. Special virtual fields for the direct determination of material parameters with the virtual fields method. 1–principle and definition. *International Journal of Solids and Structures*, 39(10) :2691 – 2705, 2002. ISSN 0020-7683. doi : [http://dx.doi.org/10.1016/S0020-7683\(02\)00127-0](http://dx.doi.org/10.1016/S0020-7683(02)00127-0). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020768302001270>. (Cité en page 46.)
- H. Haddadi and S. Belhabib. Use of rigid-body motion for the investigation and estimation of the measurement errors related to digital image correlation technique. *Optics and Lasers in Engineering*, 46(2) : 185 – 196, 2008. ISSN 0143-8166. doi : <http://dx.doi.org/10.1016/j.optlaseng.2007.05.008>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0143816607001029>. (Cité en pages 12 et 13.)
- S. R. Hallett, B. G. Green, W.-G. Jiang, K. H. Cheung, and M. R. Wisnom. The open hole tensile test : a challenge for virtual testing of composites. *International Journal of Fracture*, 158(2) :169–181, 2009. ISSN 0376-9429. doi : 10.1007/s10704-009-9333-8. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s10704-009-9333-8>. (Cité en page 61.)
- K. Han, M. Ciccotti, and S. Roux. Measuring nanoscale stress intensity factors with an atomic force microscope. *EPL (Europhysics Letters)*, 89(6) :66003, 2010. URL <http://stacks.iop.org/0295-5075/89/i=6/a=66003>. (Cité en page 21.)

- F. Hild and S. Roux. Comparison of local and global approaches to digital image correlation. *Experimental Mechanics*, 52(9) :1503–1519, 2012. (Cité en pages 24, 27, 43 et 64.)
- F. Hild, J.-N. Périé, and M. Coret. Mesure de champs de déplacements 2d par intercorrélation d'images : Correli2d. Technical report, ENS de Cachan, 1999. (Cité en page 23.)
- F. Hild, S. Roux, N. Guerrero, M. E. Marante, and J. Flórez-López. Calibration of constitutive models of steel beams subject to local buckling by using digital image correlation. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 30(1) :1 – 10, 2011. (Cité en page 27.)
- M. J. Hinton, P. D. Soden, and A. S. Kaddour. *Preface*. Elsevier, Oxford, 2004. ISBN 978-0-08-044475-8. doi : <http://dx.doi.org/10.1016/B978-008044475-8/50000-7>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780080444758500007>. (Cité en page 7.)
- B. K. P. Horn and B. G. Schunck. Determining optical flow. *Artificial Intelligence*, 17(1-3) :185 – 203, 1981. ISSN 0004-3702. doi : 10.1016/0004-3702(81)90024-2. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0004370281900242>. (Cité en pages 21, 24 et 27.)
- Y. Y. Hung. Shearography : A new optical method for strain measurement and nondestructive testing. *Optical Engineering*, 21(3) :213391–213391–, 1982. doi : 10.1117/12.7972920. URL <http://dx.doi.org/10.1117/12.7972920>. (Cité en page 17.)
- J. M. Huntley and H. Saldner. Temporal phase-unwrapping algorithm for automated interferogram analysis. *Appl. Opt.*, 32(17) :3047–3052, Jun 1993. doi : 10.1364/AO.32.003047. URL <http://ao.osa.org/abstract.cfm?URI=ao-32-17-3047>. (Cité en page 16.)
- JCGM. *International Vocabulary of Metrology : Basic and General Concepts and Associated Terms (VIM)*. Working Group 2 of the Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM/WG 2), BIPM, Pavillon de Breteuil F-92312 Sèvres Cedex, FRANCE, 3rd edition edition, 2008. (Cité en page 13.)
- K. T. Kavanagh and R. W. Clough. Finite element applications in the characterization of elastic solids. *International Journal of Solids and Structures*, 7(1) :11–23, 1971. ISSN 0020-7683. doi : 10.1016/0020-7683(71)90015-1. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0020768371900151>. (Cité en pages 8, 47 et 89.)
- J.-H. Kim, F. Pierron, M.R. Wisnom, and K. Syed-Muhamad. Identification of the local stiffness reduction of a damaged composite plate using the virtual fields method. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 38(9) :2065 – 2075, 2007. ISSN 1359-835X. doi : <http://dx.doi.org/10.1016/j.compositesa.2007.04.006>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1359835X07000693>. (Cité en pages 19 et 20.)
- J.-H. Kim, F. Pierron, M.R. Wisnom, and S. Avril. Local stiffness reduction in impacted composite plates from full-field measurements. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 40(12) :1961–1974, 2009. ISSN 1359-835X. doi : 10.1016/j.compositesa.2009.09.024. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1359835X09003091>. Special Issue : CompTest 2008. (Cité en page 47.)
- A. Kobayashi. *Handbook on experimental mechanics*. 1987. (Cité en page 12.)
- P. Ladeveze and D. Leguillon. Error estimate procedure in the finite element method and applications. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 20(3) :485–509, 1983. doi : 10.1137/0720033. URL <http://dx.doi.org/10.1137/0720033>. (Cité en pages 9 et 57.)
- H. Leclerc, J.-N. Périé, S. Roux, and F. Hild. Integrated digital image correlation for the identification of mechanical properties. In *Gagalowicz A, Philips W (eds) MIRAGE*, volume 5496, pages 161–171, 2009. (Cité en pages 21, 22, 26, 27, 28, 47, 49, 50, 51, 52, 55, 57, 58 et 59.)

- H. Leclerc, J.-N. Périé, S. Roux, and F. Hild. Voxel-scale digital volume correlation. *Experimental Mechanics*, 51(4) :479–490, 2011. (Cité en page 52.)
- D. Lecompte. *Elastic and elasto-plastic material parameter identification by inverse modeling of static tests using digital image correlation*. PhD thesis, Vrije Universiteit Brussel and Koninklijke Militaire School, Belgium, 2007. (Cité en pages 23, 47, 48, 49, 56, 58, 64, 82 et 89.)
- D. Lecompte, H. Sol, J. Vantomme, and A. M. Habraken. Identification of elastic orthotropic material parameters based on espi measurements. *Proceedings of SEM Annual Conference & Exposition on Experimental and Applied Mechanics ; Portland, Oregon*, pages 7–9, 2005. (Cité en pages 15 et 57.)
- D. Lecompte, A. Smits, S. Bossuyt, H. Sol, J. Vantomme, D. Van Hemelrijck, and A.M. Habraken. Quality assessment of speckle patterns for digital image correlation. *Optics and Lasers in Engineering*, 44(11) : 1132 – 1145, 2006. ISSN 0143-8166. doi : <http://dx.doi.org/10.1016/j.optlaseng.2005.10.004>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0143816605001727>. (Cité en page 24.)
- D. Lecompte, A. Smits, H. Sol, J. Vantomme, and D. Van Hemelrijck. Mixed numerical-experimental technique for orthotropic parameter identification using biaxial tensile tests on cruciform specimens. *International Journal of Solids and Structures*, 44(5) :1643 – 1656, 2007. ISSN 0020-7683. doi : <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2006.06.050>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020768306002848>. (Cité en pages 13, 21, 22 et 56.)
- P. Lecomte-Grosbras, J. Réthoré, N. Limodin, J.-F. Witz, and M. Brieu. Three-dimensional investigation of free-edge effects in laminate composites using x-ray tomography and digital volume correlation. *Experimental Mechanics*, pages 1–11, 2014. ISSN 0014-4851. doi : 10.1007/s11340-014-9891-1. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s11340-014-9891-1>. (Cité en page 12.)
- J.-R. Lee. *Mise en oeuvre de techniques laser interférométriques en vue de l'analyse expérimentale des matériaux et des structures : application aux composites*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne et de l'Université Jean Monnet, 2004. (Cité en page 17.)
- J.-R. Lee, J. Molimard, A. Vautrin, Y. Surrél, F. Pierron, and M. R. Wisnom. Application of grating shearography and speckle shearography to mechanical analysis of composite material. *Composites. Part A, Applied science and manufacturing*, 35(7-8) :965–976, 2004. ISSN 1359-835X. URL <http://www.refdoc.fr/Detailnotice?idarticle=7827995>. eng. (Cité en page 17.)
- J.-R. Lee, J. Molimard, A. Vautrin, and Y. Surrél. Diffraction grating interferometers for mechanical characterisations of advanced fabric laminates. *Optics & Laser Technology*, 38(1) :51 – 66, 2006. ISSN 0030-3992. doi : <http://dx.doi.org/10.1016/j.optlastec.2004.10.002>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0030399204001835>. (Cité en pages 17 et 18.)
- J A Leendertz and J N Butters. An image-shearing speckle-pattern interferometer for measuring bending moments. *Journal of Physics E : Scientific Instruments*, 6(11) :1107, 1973. URL <http://stacks.iop.org/0022-3735/6/i=11/a=019>. (Cité en page 17.)
- M. Lehmann. Speckle statistics in the context of digital speckle interferometry. *Digital Speckle Pattern Interferometry and Related Techniques*, pages 1–58, 2001. (Cité en pages 15 et 16.)
- S.G. Lekhnitskii, S. W. Tsai, and T. Cheron. *Anisotropic Plates*. Gordon and Breach, New York, USA, 1968. (Cité en pages 17, 18, 54, 66 et 68.)
- D. Lévêque, K. Longuet, A. Mavel, G. Le Besnerais, and F. Champagnat. Intérêt des mesures de champs dans la caractérisation expérimentale du comportement des composites stratifiés. *15emes Journées Nationales sur les Composites - JNC15*, 2007. (Cité en pages 12 et 13.)

- S. V. Lomov, P. Boisse, E. Deluycker, F. Morestin, K. Vanclooster, D. Vandepitte, I. Verpoest, and A. Willems. Full-field strain measurements in textile deformability studies. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 39(8) :1232 – 1244, 2008. ISSN 1359-835X. doi : <http://dx.doi.org/10.1016/j.compositesa.2007.09.014>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1359835X07001820>. Full-field Measurements in Composites Testing and Analysis. (Cité en page 19.)
- D. G. Lowe. Distinctive image features from scale-invariant keypoints. *International Journal of Computer Vision*, 60(2) :91–110, 2004. (Cité en page 73.)
- D.G. Lowe. Object recognition from local scale-invariant features. 2 :1150–1157 vol.2, 1999. doi : 10.1109/ICCV.1999.790410. (Cité en page 77.)
- B.D. Lucas and T. Kanade. An iterative image registration technique with an application to stereo vision. In *Proceedings of Imaging Understanding Workshop*, pages 121–130, 1981. (Cité en pages 21, 24, 25 et 27.)
- A. Maranon, P.D. Ruiz, A.D. Nurse, J.M. Huntley, L. Rivera, and G. Zhou. Identification of subsurface delaminations in composite laminates. *Composites Science and Technology*, 67(13) :2817 – 2826, 2007. ISSN 0266-3538. doi : <http://dx.doi.org/10.1016/j.compscitech.2007.01.032>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0266353807000681>. (Cité en page 15.)
- G. Marsh. Composites lift off in primary aerostructures. *Reinforced Plastics*, 48(4) :22 – 27, 2004. ISSN 0034-3617. doi : 10.1016/S0034-3617(04)00193-6. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0034361704001936>. (Cité en page 7.)
- J Matas, O Chum, M Urban, and T Pajdla. Robust wide-baseline stereo from maximally stable extremal regions. *Image and Vision Computing*, 22(10) :761 – 767, 2004. (Cité en page 73.)
- M. H. H. Meuwissen. *An inverse method for the mechanical characterization of metals*. PhD thesis, Technische Universiteit Eindhoven, 1998. (Cité en pages 12, 13, 48, 49 et 61.)
- J. Molimard, R. Le Riche, A. Vautrin, and J. Lee. Identification of the four orthotropic plate stiffnesses using a single open-hole tensile test. *Experimental Mechanics*, 45 :404–411, 2005. ISSN 0014-4851. URL <http://dx.doi.org/10.1007/BF02427987>. (Cité en pages 17, 18, 47, 48, 49, 56, 58, 66, 82 et 89.)
- A. J. Moore and J. R. Tyrer. An electronic speckle pattern interferometer for complete in-plane displacement measurement. *Measurement Science and Technology*, 1(10) :1024, 1990. URL <http://stacks.iop.org/0957-0233/1/i=10/a=006>. (Cité en page 15.)
- F. Mortazavi, M. Lévesque, and I. Villemure. Image-based continuous displacement measurements using an improved spectral approach. *Strain*, 49(3) :233–248, 2013. ISSN 1475-1305. doi : 10.1111/str.12031. URL <http://dx.doi.org/10.1111/str.12031>. (Cité en page 27.)
- F. Mortazavi, E. Ghossein, M. Lévesque, and I. Villemure. High resolution measurement of internal full-field displacements and strains using global spectral digital volume correlation. *Optics and Lasers in Engineering*, 55(0) :44 – 52, 2014. ISSN 0143-8166. doi : <http://dx.doi.org/10.1016/j.optlaseng.2013.10.007>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0143816613003059>. (Cité en pages 26 et 27.)
- A. K. Noor, J. H. Jr. Starnes, and J. M. Peters. Uncertainty analysis of stiffened composite panels. *Composite Structures*, 51(2) :139 – 158, 2001. ISSN 0263-8223. doi : 10.1016/S0263-8223(00)00143-4. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263822300001434>. (Cité en pages 7 et 8.)
- J. Notbohm, A. Rosakis, S. Kumagai, S. Xia, and G. Ravichandran. Three-dimensional displacement and shape measurement with a diffraction-assisted grid method. *Strain*, 49(5) :399–408, 2013. ISSN 1475-1305. doi : 10.1111/str.12046. URL <http://dx.doi.org/10.1111/str.12046>. (Cité en page 19.)

- J.-J. Orteu. 3-d computer vision in experimental mechanics. *Optics and Lasers in Engineering*, 47(3-4) :282–291, 2009. ISSN 0143-8166. doi : 10.1016/j.optlaseng.2007.11.009. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0143816607002084>. (Cité en page 22.)
- J.-J. Orteu, D. Garcia, L. Robert, and F. Bugarin. A speckle-texture image generator. In *Speckle'06 International Conference*, volume 6341, page <http://dx.doi.org/10.1117/12.695280>, 2006. (Cité en pages 66, 115 et 120.)
- J. J. Orteu, Y. Rotrou, T. Sentenac, and L. Robert. An innovative method for 3-d shape, strain and temperature full-field measurement using a single type of camera : Principle and preliminary results. *Experimental Mechanics*, 48(2) :163–179, APR 2008. ISSN 0014-4851. doi : 10.1007/s11340-007-9071-7. (Cité en page 12.)
- W. Osten, editor. *Fringe 2013 - 7th International Workshop on Advanced Optical Imaging and Metrology*. Springer, 2014. (Cité en page 20.)
- E. Pagnacco, D. Lemosse, F. Hild, and F. Amiot. Inverse strategy from displacement field measurement and distributed forces using fea. *SEM Annual Conference and Exposition on Experimental and Applied Mechanics*, 2005. (Cité en page 46.)
- B. Pan, L. Yu, and D. Wu. High-accuracy 2d digital image correlation measurements with bilateral telecentric lenses : Error analysis and experimental verification. *Experimental Mechanics*, 53(9) :1719–1733, 2013. ISSN 0014-4851. doi : 10.1007/s11340-013-9774-x. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s11340-013-9774-x>. (Cité en page 24.)
- B. Pan, J. Yuan, and Y. Xia. Strain field denoising for digital image correlation using a regularized cost-function. *Optics and Lasers in Engineering*, (0), 2014. ISSN 0143-8166. doi : <http://dx.doi.org/10.1016/j.optlaseng.2014.03.016>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0143816614001237>. (Cité en page 26.)
- J.-C. Passieux and J.-N. P ri . High resolution digital image correlation using proper generalized decomposition : Pgd-dic. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 92(6) :531–550, 2012. ISSN 1097-0207. doi : 10.1002/nme.4349. URL <http://dx.doi.org/10.1002/nme.4349>. (Cité en page 27.)
- J.-C. Passieux, F. Bugarin, C. David, J.-N. P ri , and L. Robert. Multiscale displacement field measurement using digital image correlation : Application to the identification of elastic properties. *Experimental Mechanics*, pages 1–17, 2014. ISSN 0014-4851. doi : 10.1007/s11340-014-9872-4. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s11340-014-9872-4>. (Cité en page 70.)
- E. A. Patterson. Digital photoelasticity : Principles, practice and potential. *Strain*, 38(1) :27–39, 2002. ISSN 1475-1305. doi : 10.1046/j.0039-2103.2002.00004.x. URL <http://dx.doi.org/10.1046/j.0039-2103.2002.00004.x>. (Cité en pages 7 et 12.)
- J.-N. P ri , S. Calloch, C. Cluzel, and F. Hild. Analysis of a multiaxial test on a c/c composite by using digital image correlation and a damage model. *Experimental Mechanics*, 42(3) :318–328, 2002. ISSN 0014-4851. doi : 10.1007/BF02410989. URL <http://dx.doi.org/10.1007/BF02410989>. (Cité en pages 22 et 25.)
- J.-N. P ri , H. Leclerc, S. Roux, and F. Hild. Digital image correlation and biaxial test on composite material for anisotropic damage law identification. *International Journal of Solids and Structures*, 46(11–12) :2388–2396, 2009. (Cité en pages 21 et 22.)
- K. Perlin. An image synthesizer. *SIGGRAPH Comput. Graph.*, 19(3) :287–296, July 1985. ISSN 0097-8930. doi : 10.1145/325165.325247. URL <http://doi.acm.org/10.1145/325165.325247>. (Cité en pages 35 et 66.)

- F. Pierron and P. Forquin. Ultra-high-speed full-field deformation measurements on concrete spalling specimens and stiffness identification with the virtual fields method. *Strain*, 48(5) :388–405, 2012. ISSN 1475-1305. doi : 10.1111/j.1475-1305.2012.00835.x. URL <http://dx.doi.org/10.1111/j.1475-1305.2012.00835.x>. (Cité en pages 19 et 20.)
- J.-L. Piro and M. Grédiac. Producing and transferring low-spatial-frequency grids for measuring displacement fields with moiré and grid methods. *Experimental Techniques*, 28(4) :23–26, 2004. ISSN 1747-1567. doi : 10.1111/j.1747-1567.2004.tb00173.x. URL <http://dx.doi.org/10.1111/j.1747-1567.2004.tb00173.x>. (Cité en pages 19 et 20.)
- T. Pottier. *Identification paramétrique par recalage de modèles d'éléments finis couplée à des mesures de champs cinématiques et thermiques*. PhD thesis, Université de Savoie, 2010. URL <http://books.google.fr/books?id=jGVgtwAACAAJ>. (Cité en pages 59 et 61.)
- T. Pottier, F. Toussaint, and P. Vacher. Contribution of heterogeneous strain field measurements and boundary conditions modelling in inverse identification of material parameters. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 30(3) :373 – 382, 2011. ISSN 0997-7538. doi : <http://dx.doi.org/10.1016/j.euromechsol.2010.10.001>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0997753810001166>. (Cité en page 49.)
- T. Pottier, P. Vacher, F. Toussaint, H. Louche, and T. Coudert. Out-of-plane testing procedure for inverse identification purpose : Application in sheet metal plasticity. *Experimental Mechanics*, 52(7) :951–963, 2012. ISSN 0014-4851. doi : 10.1007/s11340-011-9555-3. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s11340-011-9555-3>. (Cité en pages 12 et 13.)
- N. Promma, B. Raka, M. Grédiac, E. Toussaint, J.-B. Le Cam, X. Balandraud, and F. Hild. Application of the virtual fields method to mechanical characterization of elastomeric materials. *International Journal of Solids and Structures*, 46 :698 – 715, 2009. ISSN 0020-7683. doi : <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2008.09.025>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020768308003946>. (Cité en page 12.)
- C. Ramault, A. Makris, D. Van Hemelrijck, E. Lamkanfi, and W. Van Paepegem. Comparison of different techniques for strain monitoring of a biaxially loaded cruciform specimen. *Strain*, 47 :210–217, 2011. ISSN 1475-1305. doi : 10.1111/j.1475-1305.2010.00760.x. URL <http://dx.doi.org/10.1111/j.1475-1305.2010.00760.x>. (Cité en pages 12, 17 et 26.)
- M.V. Rao, R. Samuel, and A. Ananthan. Applications of electronic speckle interferometry (esi) techniques for spacecraft structural components. *Optics and Lasers in Engineering*, 40 :563 – 571, 2003. ISSN 0143-8166. doi : [http://dx.doi.org/10.1016/S0143-8166\(02\)00079-9](http://dx.doi.org/10.1016/S0143-8166(02)00079-9). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0143816602000799>. (Cité en page 15.)
- P. Rastogi. *Photomechanics*, volume 77 of *Topics in Applied Physics*. Springer Berlin / Heidelberg, 2000a. ISBN 978-3-540-65990-7. URL http://dx.doi.org/10.1007/3-540-48800-6_1. (Cité en page 8.)
- P. Rastogi. *Digital speckle pattern interferometry and related techniques*, volume 1. 2000b. (Cité en page 16.)
- J. Réthoré. A fully integrated noise robust strategy for the identification of constitutive laws from digital images. *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 84 :631–660, 2010. (Cité en pages 9, 28, 29, 49, 51, 52, 53, 54, 55, 59, 60 et 62.)
- J. Réthoré, F. Hild, and S. Roux. Shear-band capturing using a multiscale extended digital image correlation technique. *Comput Methods Appl Mech Eng*, 196(49–52) :5016–5030, 2007. (Cité en pages 27 et 29.)

- J. Réthoré, F. Hild, and S. Roux. Extended digital image correlation with crack shape optimization. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 73 :248–272, 2008a. (Cité en page 29.)
- J. Réthoré, J.-P. Tinnes, S. Roux, J.-Y. Buffiere, and F. Hild. Extended three-dimensional digital image correlation (x3d-dic). *Comptes Rendus Mécanique*, 336 :643–649, 2008b. ISSN 1631-0721. doi : <http://dx.doi.org/10.1016/j.crme.2008.06.006>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1631072108001125>. (Cité en page 27.)
- J. Réthoré, S. Roux, and F. Hild. An extended and integrated digital image correlation technique applied to the analysis of fractured samples. *European Journal of Computational Mechanics*, 18 :285–306, 2009. (Cité en page 52.)
- J. Réthoré, T. Elguedj, P. Simon, and M. Coret. On the use of nurbs functions for displacement derivatives measurement by digital image correlation. *Experimental Mechanics*, 50 :1099–1116, 2010a. (Cité en pages 31 et 67.)
- J. Réthoré, S. Roux, and F. Hild. Hybrid analytical and extended finite element method (HAX-FEM) : A new enrichment procedure for cracked solids. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 81 (3) :269–285, 2010b. (Cité en page 9.)
- J. Réthoré, Muhibullah, T. Elguedj, M. Coret, P. Chaudet, and A. Combescure. Robust identification of elastoplastic constitutive law parameters from digital image using 3d kinematics. *Int. J. Solids and Structures*, 50 :73–85, 2013. (Cité en pages 12, 13, 49, 53, 59 et 62.)
- P. Reu. Experimental and numerical methods for exact subpixel shifting. *Experimental Mechanics*, 51 :443–452, 2011. (Cité en page 99.)
- P. Reu. A study of the influence of calibration uncertainty on the global uncertainty for digital image correlation using a monte carlo approach. *Experimental Mechanics*, 53(9) :1661–1680, 2013. ISSN 0014-4851. doi : 10.1007/s11340-013-9746-1. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s11340-013-9746-1>. (Cité en pages 21 et 24.)
- L. Robert, F. Nazaret, T. Cutard, and J.-J. Orteu. Use of 3-d digital image correlation to characterize the mechanical behavior of a fiber reinforced refractory castable. *Experimental Mechanics*, 47(6) :761–773, 2007. ISSN 0014-4851. doi : 10.1007/s11340-007-9062-8. (Cité en pages 48 et 99.)
- L. Robert, V. Velay, N. Decultot, and S. Ramde. Identification of hardening parameters using finite element models and full-field measurements : some case studies. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, 47(1) :3–17, 2011. (Cité en pages 12, 13, 48, 58 et 59.)
- S. Roux and F. Hild. Stress intensity factor measurements from digital image correlation : post-processing and integrated approaches. *Int J. Fract*, 140 :141–157, 2006. (Cité en pages 26, 27 et 28.)
- S. Roux and F. Hild. Digital image mechanical identification (dimi). *Experimental Mechanics*, 48(4) :495–508, 2008. ISSN 0014-4851. doi : 10.1007/s11340-007-9103-3. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s11340-007-9103-3>. (Cité en page 21.)
- S. Roux, F. Hild, and Y. Berthaud. Correlation image velocimetry : A spectral approach. *Appl. Opt.*, 41 (1) :108–115, Jan 2002. doi : 10.1364/AO.41.000108. URL <http://ao.osa.org/abstract.cfm?URI=ao-41-1-108>. (Cité en pages 26 et 27.)
- H. W. Schreier, J. R. Braasch, and M. A. Sutton. Systematic errors in digital image correlation caused by intensity interpolation. *Optical Engineering*, 39(11) :2915–2921, 2000. doi : 10.1117/1.1314593. URL <http://dx.doi.org/10.1117/1.1314593>. (Cité en pages 24 et 66.)

- H. W. Schreier, D. Garcia, and M. A. Sutton. Advances in light microscope stereo vision. *Experimental Mechanics*, 44(3) :278–288, 2004. ISSN 0014-4851. doi : 10.1007/BF02427894. URL <http://dx.doi.org/10.1007/BF02427894>. (Cité en page 21.)
- W. H. Schreier and M. A. Sutton. Systematic errors in digital image correlation due to undermatched subset shape functions. *Experimental Mechanics*, 42(3) :303–310, 2002. ISSN 0014-4851. doi : 10.1007/BF02410987. URL <http://dx.doi.org/10.1007/BF02410987>. (Cité en pages 24 et 31.)
- B. Shen and G. H. Paulino. Identification of cohesive zone model and elastic parameters of fiber-reinforced cementitious composites using digital image correlation and a hybrid inverse technique. *Cement and Concrete Composites*, 33(5) :572 – 585, 2011. ISSN 0958-9465. doi : <http://dx.doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2011.01.005>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0958946511000114>. (Cité en pages 12 et 13.)
- A. Sjögren, A. Krasnikovs, and J. Varna. Experimental determination of elastic properties of impact damage in carbon fibre/epoxy laminates. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 32(9) :1237–1242, 2001. ISSN 1359-835X. doi : 10.1016/S1359-835X(01)00058-6. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1359835X01000586>. (Cité en page 47.)
- C.B. Smith. *Effect of Elliptic Or Circular Holes on the Stress Distribution in Plates of Wood Or Plywood Considered as Orthotropic Materials*. Forest Products Laboratory (U.S.), 1944. URL http://books.google.fr/books?id=6_QDuAAACAAJ. (Cité en page 54.)
- P. D. Soden, M. J. Hinton, and A. S. Kaddour. A comparison of the predictive capabilities of current failure theories for composite laminates. *Composites Science and Technology*, 58(7) :1225 – 1254, 1998. ISSN 0266-3538. doi : 10.1016/S0266-3538(98)00077-3. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0266353898000773>. (Cité en page 7.)
- Y. Sun, J. H. L. Pang, C. K. Wong, and F. Su. Finite element formulation for a digital image correlation method. *Applied Optics*, 44(34) :7357–7363, Dec 2005. doi : 10.1364/AO.44.007357. URL <http://ao.osa.org/abstract.cfm?URI=ao-44-34-7357>. (Cité en pages 13, 24, 26 et 27.)
- Y. Surrel. Moiré and grid methods : a signal-processing approach. *Proc. SPIE*, 2342 :118–127, 1994. doi : 10.1117/12.195491. URL <http://dx.doi.org/10.1117/12.195491>. (Cité en page 19.)
- Y. Surrel. Les techniques optiques de mesure de champ : essai de classification. *I2M*, january 2005. (Cité en pages 13, 14, 15, 19 et 23.)
- Y. Surrel. Contrôle de défauts d’aspect et de qualité de surface. *Optique*, 2006. (Cité en pages 19 et 20.)
- M. A. Sutton, W. J. Wolters, W. H. Peters, W. F. Ranson, and S. R. McNeill. Determination of displacements using an improved digital correlation method. *Image and Vision Computing*, 1(3) :133–139, 1983. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0262885683900641>. (Cité en pages 21, 23, 24, 25, 27 et 98.)
- M. A. Sutton, C. Mingqi, W. H. Peters, Y. J. Chao, and S. R. McNeill. Application of an optimized digital correlation method to planar deformation analysis. *Image and Vision Computing*, 4(3) :143–150, 1986. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0262885686900570>. (Cité en pages 23, 25 et 27.)
- M. A. Sutton, J. H. Yan, V. Tiwari, H. W. Schreier, and J.-J. Orteu. The effect of out-of-plane motion on 2d and 3d digital image correlation measurements. *Optics and Lasers in Engineering*, 46(10) :746 – 757, 2008. ISSN 0143-8166. doi : <http://dx.doi.org/10.1016/j.optlaseng.2008.05.005>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0143816608000985>. (Cité en page 24.)

- M. A. Sutton, J. J. Orteu, and W. H. Schreier. *Image correlation for shape, motion and deformation measurements : Basic Concepts, Theory and Applications*. Springer, New York, NY (USA), 2009. (Cité en pages 8, 21, 22, 24, 66, 98, 99 et 124.)
- P. Sztefek and R. Olsson. Tensile stiffness distribution in impacted composite laminates determined by an inverse method. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 39(8) :1282–1293, 2008. ISSN 1359-835X. doi : 10.1016/j.compositesa.2007.10.005. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1359835X07002163>. Full-field Measurements in Composites Testing and Analysis. (Cité en pages 21, 47, 49, 56 et 58.)
- P. Sztefek and R. Olsson. Nonlinear compressive stiffness in impacted composite laminates determined by an inverse method. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 40(3) :260–272, 2009. ISSN 1359-835X. doi : 10.1016/j.compositesa.2008.12.002. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1359835X08003217>. (Cité en pages 59 et 61.)
- A. Thomas. Composites meet construction. *Aerospace Testing International, Showcase* :34–37, 2014. (Cité en page 7.)
- V. Tiwari, M. A. Sutton, S.R. McNeill, S. Xu, X. Deng, W. L. Fourney, and D. Bretall. Application of 3d image correlation for full-field transient plate deformation measurements during blast loading. *International Journal of Impact Engineering*, 36(6) :862 – 874, 2009. ISSN 0734-743X. doi : <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2008.09.010>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0734743X08002376>. (Cité en page 21.)
- Y. Q. Wang, M. A. Sutton, H. A. Bruck, and H. W. Schreier. Quantitative error assessment in pattern matching : Effects of intensity pattern noise, interpolation, strain and image contrast on motion measurements. *Strain*, 45(2) :160–178, 2009. ISSN 1475-1305. doi : 10.1111/j.1475-1305.2008.00592.x. URL <http://dx.doi.org/10.1111/j.1475-1305.2008.00592.x>. (Cité en pages 24 et 87.)
- T. Zhu, M.A. Sutton, N. Li, J.-J. Orteu, N. Cornille, X. Li, and A.P. Reynolds. Quantitative stereovision in a scanning electron microscope. *Experimental Mechanics*, 51(1) :97–109, 2011. ISSN 0014-4851. doi : 10.1007/s11340-010-9378-7. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s11340-010-9378-7>. (Cité en page 21.)
- O. C. Zienkiewicz and J. Z. Zhu. A simple error estimator and adaptive procedure for practical engineering analysis. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 24(2) :337–357, 1987. (Cité en pages 9 et 57.)

Résumé

Identification de paramètres mécaniques de matériaux composites à partir de corrélation d'images numériques multi-échelles

Résumé : L'amélioration du caractère prédictif des simulations numériques requiert une meilleure maîtrise des modèles constitutifs. Des procédures d'identification exploitant des mesures de champs ont été développées afin de valider les modèles et d'identifier un jeu de paramètres constitutifs à partir d'un nombre réduit d'essais hétérogènes. Bien évidemment, les résultats de telles procédures dépendent grandement des incertitudes des mesures. Dans cette thèse, une stratégie d'identification de paramètres constitutifs à partir de mesures de champs par corrélation d'images numériques éléments finis (CIN-EF) multi-échelles est proposée et développée. Une variante régularisée du recalage par éléments finis (FEMU-R) est adaptée à cette approche multi-échelles. Elle exploite des champs de déplacements mesurés par CIN-EF d'une part à l'échelle de la structure (fournissant les conditions aux limites pour la simulation EF) et d'autre part à une échelle plus locale (fournissant des champs de déplacements mieux résolus pour la comparaison essais/calculs). Un algorithme de recalage d'images est développé pour faire le lien entre les échelles. D'abord validée à l'aide d'images de synthèse, la procédure est ensuite appliquée à un essai de traction sur plaque trouée réalisé sur un composite stratifié verre/époxy. On montre qu'une telle stratégie permet de diminuer nettement non seulement les incertitudes de mesure mais également les incertitudes d'identification. Finalement, la question d'un mouchetis adapté à cette approche multi-échelles est évoquée et des éléments de solutions sont proposés et testés.

Mots clés : Identification, Multi-échelles, Matériau composite, Mesure de champs, Corrélation d'images numériques, Recalage de modèle éléments finis.

Mechanical parameter identification of composite materials using multiscale digital image correlation

Abstract : Improving the prediction of numerical simulations requires a better control of constitutive models. Identification methods exploiting full-field measurements have been developed in order to validate models and to identify a set of constitutive parameters from a reduced number of heterogeneous tests. The results of those methods largely depends on measurement uncertainties. In this PhD thesis, a strategy is proposed and developed for the identification of constitutive parameters from full-field measurements obtained by multiscale finite element digital image correlation (FE-DIC). A Regularised Finite Element Model Updating method (FEMU-R) is adapted to this multiscale approach. It exploits displacement fields measured by FE-DIC at a structural scale (in order to obtain the boundary conditions for FE simulation) and at a local scale (giving a better resolution on the displacement field for the comparison between experiment and simulation). An image registration algorithm is developed to bridge these scales. First validated on synthetic images, the multiscale approach is then applied to an open-hole tensile test of a glass/epoxy composite laminate. It is shown that such a strategy allows to reduce not only the measurement uncertainties but also the identification uncertainties. Finally the question of a speckle pattern suitable for this approach is discussed and some first technical solutions are proposed and tested.

Keywords : Identification, Multiscale, Composite, Full-field measurement, Digital image correlation, Finite element model updating.